



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

Departamento de Matemática

Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

**Análise técnica da matriz de referência do ENEM e dos itens de
matemática das edições de 2012 a 2014**

Raul Bueno Lins Campos

Dissertação de Mestrado

Recife-PE

Agosto de 2015

Raul Bueno Lins Campos

Análise técnica da matriz de referência do ENEM e dos itens de matemática das edições de 2012 a 2014

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT do Departamento de Matemática da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Pedro dos Santos

Recife-PE

Agosto de 2015

Ficha Catalográfica

C198a Campos, Raul Bueno Lins
Análise técnica da matriz de referência do ENEM e dos
itens de matemática das edições de 2012 a 2014 / Raul Bueno
Lins Campos. – Recife, 2015.
85 f.: il.

Orientador(a): Marcelo Pedro dos Santos.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional) – Universidade Federal Rural de Pernambuco,
Departamento de Matemática, Recife, 2015.
Inclui apêndice(s) e referências.

1. Competências 2 ENEM 3. Habilidades 4. Matriz de
referência 5. Objetos do conhecimento I. Santos, Marcelo Pedro
dos, orientador II. Título

CDD 510

RAUL BUENO LINS CAMPOS

**Análise técnica da matriz de referência do ENEM e dos itens de
matemática das edições de 2012 a 2014**

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT do Departamento de Matemática da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em ____ / ____ / ____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Pedro dos Santos (Orientador)– UFRPE

Prof. Dr. Ronaldo Venancio da Silva – CMR

Prof. Dr. Thiago Dias Oliveira Silva – UFRPE

*Dedico este trabalho a Deus, que o tornou possível, a
minha família, razão de meu existir e a minha
namorada, fonte de inspiração.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que tornou possível toda minha caminhada; a meus pais, Paulo e Sirleide, que, com bastante sacrifício, me criaram e fizeram de mim o que sou; a meu irmão, cunhada e sobrinhos, que me deram força e incentivos necessários para a realização deste trabalho; a meu grande amor, Fernanda, por todo apoio e compreensão da ausência; aos meus amigos de curso, por todas as boas e longas horas de aprendizado; a todos os professores que compõem o PROFMAT – UFRPE, por toda a paciência e dedicação para com a nossa turma, em especial ao meu orientador Professor Dr. Marcelo Pedro dos Santos, que de forma eficiente e competente guiou-me na elaboração deste trabalho; a meus chefes, pelo suporte necessário; e a todos que de alguma forma contribuíram para a realização desta pesquisa.

RESUMO

Este trabalho tem por finalidade apresentar ao docente do ensino básico uma análise de dados e informações diversas a respeito da área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), focando as edições de 2012, 2013 e 2014, contribuindo assim, em sua formação e consequente melhora da preparação de seus alunos. A pesquisa foi dividida em três partes. A primeira, tem o objetivo de apresentar o ENEM como um todo, desde a sua criação, em 1998, passando por uma grande reformulação, em vigor desde a edição de 2009, até o momento atual da prova, agora chamada de Novo ENEM. A segunda parte é voltada para a avaliação da Matriz de Referência da prova de Matemática e suas Tecnologias, contendo um confronto entre os conteúdos cobrados em tal prova e os que são previstos para o ensino básico, na qual se constatou a falta de importantes conteúdos em tal matriz e ainda traz a análise de diversos itens das prova de 2012, 2013 e 2014 que apresentam alguma similaridade. Finalmente na terceira parte, há a exposição dos resultados obtidos da análise das edições citadas, através de gráficos, onde se constatou que o Novo ENEM é uma prova interdisciplinar, extremamente contextualizada, que contempla, em sua maioria, conteúdos do ensino fundamental, e não traz uma distribuição uniforme, no que diz respeito ao número de questões por competência, habilidade e eixo cognitivo.

Palavras-chave: competências, ENEM, habilidades, matriz de referência, objetos do conhecimento.

ABSTRACT

This study aims to present to the teachers of basic education some data analysis and varied informations about the area of knowledge Mathematic and its Technologies of the Secondary Education National Examination (ENEM), focusing in the 2012, 2013 and 2014 editions, contributing to its formation and consequent improvement of its students preparation. This research was divided into three parts. First, it is presented the ENEM as a whole, from its creation in 1998, undergoing a extensive reformulation, in force since the 2009 edition, to the current exam version, now called New ENEM. Second, focus on the evaluation of the Reference Matrix Mathematics and its Technologies test, it contains a confrontation between the charged contents on such test and those ones provided for basic education, face that demonstrates the absence of those important contents in such matrix and also brings the theme of some questions similarity 2012, 2013 and 2014 editions. Finally, at third, it is exposed the results obtained from the mentioned editions analysis, through charts, it was found that New ENEM is an interdisciplinary test, highly contextualized, of the questions, facing elementary school contents, and considering the uniformity distribution, and their competence, skill and cognitive axis.

Keywords: abilities, ENEM, knowledge objects, reference matrix, skills.

SUMÁRIO

| | | |
|-----------|---|----|
| 1. | INTRODUÇÃO | 10 |
| 2. | HISTÓRICO DO ENEM | 12 |
| 2.1 | CRIAÇÃO..... | 12 |
| 2.2 | NECESSIDADE DE REFORMULAÇÃO..... | 14 |
| 2.3 | O NOVO ENEM..... | 15 |
| 3. | ANÁLISE DA MATRIZ DE REFERÊNCIA E DAS PROVAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS APLICADAS DE 2012 A 2014 | 20 |
| 3.1 | MATRIZ DE REFERÊNCIA DA ÁREA DO CONHECIMENTO DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS..... | 20 |
| 3.1.1 | Competências de Área e Habilidades Matemáticas..... | 20 |
| 3.1.2 | Objetos do Conhecimento..... | 24 |
| 3.2 | CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE..... | 27 |
| 3.3 | ANÁLISE DE ITENS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DAS EDIÇÕES DE 2012, 2013 E 2014..... | 29 |
| 3.3.1 | C1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais..... | 29 |
| 3.3.2 | C2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela..... | 35 |
| 3.3.3 | C3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano..... | 40 |
| 3.3.4 | C4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano..... | 43 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 3.3.5 | C5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas..... | 46 |
| 3.3.6 | C6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação..... | 51 |
| 3.3.7 | C7 – Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística..... | 57 |
| 4. | ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS PROVAS DE 2012, 2013 E 2014..... | 64 |
| 4.1 | CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE..... | 64 |
| 4.2 | COMPETÊNCIAS DE ÁREA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS... | 66 |
| 4.3 | HABILIDADES E EIXOS COGNITIVOS..... | 68 |
| 4.4 | OBJETOS DO CONHECIMENTO..... | 71 |
| 5. | CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 73 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 75 |
| | APÊNDICE A..... | 78 |
| | APÊNDICE B..... | 79 |
| | APÊNDICE C..... | 80 |
| | APÊNDICE D..... | 81 |
| | APÊNDICE E..... | 82 |
| | APÊNDICE F..... | 83 |
| | APÊNDICE G..... | 84 |
| | APÊNDICE H..... | 85 |

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho versa sobre as provas da área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), tendo ênfase maior nas edições de 2012, 2013 e 2014. O estudo desse tema é justificado pelo fato de que, como grande parte dos alunos do Ensino Médio desejam ingressar em uma Instituto de Ensino Superior (IES) pública e vão fazê-lo através do resultado do ENEM, é natural que as escolas cobrem cada vez mais o ensino por competências e habilidades, objetivando uma melhor preparação dos alunos para o exame. Aliado a isto, temos o fato também de que o Trabalho de Conclusão de Curso do PROFMAT tem como objetivo contribuir com a melhoria do Ensino Básico em Matemática, portanto, é extremamente válida qualquer tentativa de capacitação para melhor entendimento deste exame, que tem se configurado como um verdadeiro norteador da educação básica no Brasil.

No capítulo 1, para entender melhor o que o ENEM representa hoje, fez-se necessário explanar o motivo pelo qual foi criado, em 1998. Só assim pode-se compreender também quais objetivos foram mudando e fizeram com que, em 2009, o formato da prova em vigor por 11 edições sofresse uma radical mudança, configurando-se numa espécie de vestibular, já que diversos IES, nacionais e alguns internacionais, passaram a adotá-lo como forma de ingresso.

O Novo ENEM, nome dado à versão da prova após a reformulação, é uma prova interessante e bem elaborada. Ela é baseada em competências e habilidades. Nos capítulos que compõe esta dissertação é exposto de forma objetiva ao leitor o que vem a ser cada um destes pontos, já que é algo que, apesar de existir há um bom tempo, inclusive citados algumas vezes na própria Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)/1996, é pouco conhecido por uma boa parcela dos professores, principalmente pelo fato de algumas licenciaturas não abordarem de forma suficiente esse tema quando da formação docente.

A forma como a nota é calculada também é exposta neste trabalho. Em geral se pensa que as questões mais difíceis valem mais, o que de certa forma não é verdade. O cálculo da nota, chamada também de proficiência, é obtido de uma

forma bem mais elaborada pela Teoria de Resposta ao Item (TRI), que é exposto mais profundamente no capítulo 1.

No capítulo 2, há uma explanação da matriz de referência da área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias, uma espécie de edital para nortear a prova. Alguns questionamentos acerca da matriz de referência do ENEM também serão naturais. É comum, por exemplo, ouvir em conversas com professores do ensino básico, algumas opiniões negativas acerca da falta de importantes conteúdos nas provas do ENEM. De fato, alguns conteúdos não costumam estar presentes nas provas de matemática por não estarem sequer relacionados na matriz de referência. Outros, apesar de constarem, não costumam aparecer nas provas. Estas comuns opiniões serão ou não constatadas através da análise das provas de 2012, 2013 e 2014.

Deste modo, a análise das edições citadas é o foco principal desta pesquisa. As questões da área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias são catalogadas de acordo com sua competência, habilidade, eixo cognitivo, objeto do conhecimento, tipo de questão (refere-se à contextualização) e interdisciplinaridade. Com o objetivo de não estender muito o trabalho, nem todas as questões são apresentadas, apenas as que julgamos mais importantes para ilustrar o tipo de questões que contemplam as respectivas competências e habilidades.

O capítulo 3 traz uma análise das três edições já citadas, com o intuito de comprovar o que vem sendo considerado mais importante e, portanto, mais enfatizado. É bastante importante esta análise de dados, pois, é um indicador oportuno, no sentido de tornar a prova mais objetiva, para aqueles docentes que buscam uma melhor preparação para si e, conseqüentemente, para seus alunos, dos conteúdos que devem ser priorizados na preparação para este processo de avaliação.

Finalmente as impressões obtidas no levantamento e análise de dados, e algumas sugestões para o aperfeiçoamento tanto da prova, como também da forma de como se deve estudar e ensinar, quando se visa uma otimização de resultados no ENEM, são apresentadas.

2. HISTÓRICO DO ENEM

2.1 CRIAÇÃO

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi criado a partir de princípios definidos na LDB/1996 e materializado na Portaria nº 438, de 28 de maio de 1998, do Ministério da Educação e do Desporto (MEC), assinada pelo então Ministro Paulo Renato Souza, na gestão do presidente Fernando Henrique Cardoso, com o intuito de ser uma política pública capaz de fornecer aos técnicos do governo subsídios para correções de rota, elaboração de novas matrizes, enfim, aprimoramento do sistema educacional brasileiro. Ele está inserido no conjunto do Sistema Nacional de Educação (SNE) como parte do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

Concretamente, sua matriz foi concebida por uma equipe coordenada pela Professora Maria Inês Fini¹ e elaborada e consolidada pelo Grupo de Autores, em janeiro e fevereiro de 1998. Em outros termos, pelas instituições MEC e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Os documentos publicados à época, tanto pelo INEP quanto pelo MEC, explicavam que o objetivo do exame era ser um instrumento de avaliação das competências e habilidades básicas apreendidas durante o ensino médio para a inserção do jovem brasileiro no mercado de trabalho e da prática da cidadania, ou seja, integração profissional e político social.

Lopes e López (2010) afirmam que as competências se inserem em uma perspectiva curricular e tal processo pode ser desenvolvido quando a organização curricular é instituída por meio de competências e habilidades. Uma das orientações mais críticas é a perspectiva de conhecimento situado, contextualizado, buscando sintonia com dimensões do cotidiano. Ainda para os autores:

¹ Maria Inês Fini é doutora em Educação, fundadora da Faculdade de Educação da UNICAMP, coordenadora do grupo de autores do ENEM, do ENCCEJA, da Prova São Paulo e da reestruturação da Proposta Curricular e do SARESP – Sistema de Avaliação da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo –, foi a idealizadora do ENEM e responsável pela elaboração da prova entre os anos de 1998 e 2002.

o conhecimento passa a ser encarado socialmente como expressão do resultado de exames, uma identificação não apenas construída pelos elaboradores desses exames, mas pelos que analisam seus resultados e seus efeitos sociais. (LOPES e LÓPEZ, 2010, p. 100-101).

Desta forma, a matriz referencial foi inicialmente estruturada para que se verificasse o domínio de competências e habilidades, estimulando o raciocínio, assim como, a capacidade de aprender por transferência promovida pela interdisciplinaridade e pela contextualização das experiências. Nesse sentido, destaca-se como principal característica o fato de não ser necessário memorizar conteúdos para solucionar os problemas propostos.

Competência é definida como: “[...] modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer.” (INEP, 1999, p.7). Logo, as competências são entendidas como mecanismos fundamentais para a compreensão do mundo e atuação nele, isto é, o saber fazer, conhecer, viver e ser. Não basta o domínio dos conteúdos, mas é necessário aplicá-lo ao contexto em que se encontra.

Já no que diz respeito às habilidades, temos a seguinte explicação: “[...] decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do ‘saber fazer’. Através das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências”. (INEP, 1999, p.7). Daí, é possível entender que as habilidades são as ferramentas que se pode dispor para desenvolver competências. Portanto, para saber fazer, conhecer, viver e ser, é necessário ter instrumentos que conduzam para que a ação se torne eficaz. Estes instrumentos são exatamente as habilidades.

Em relação ao primeiro formato do ENEM, ele ficou em vigor da 1ª edição, em 1998, até a sua décima primeira, em 2008. O desempenho do aluno era avaliado na prova objetiva e na redação, a partir de cinco competências consideradas essenciais ao desenvolvimento e preparo dos alunos para enfrentar as exigências do mundo contemporâneo. Eram elas: domínio de linguagens, compreensão de fenômenos, capacidade de enfrentar situações-problema, construção de argumentações e elaboração de propostas. Já as habilidades eram vinte e uma listadas e eram comuns a todas as áreas do conhecimento.

Nestas edições, a prova era aplicada em um único dia, cada habilidade era testada três vezes, gerando assim, 63 questões, na parte objetiva, relativas às disciplinas de Geografia, Matemática, Português, Física, Biologia, Química, História e uma redação.

Ainda neste período, é bom salientar que duas medidas tornaram a participação no exame bem maior: a isenção do pagamento de inscrição para alunos da escola pública, que fez com que o número de inscritos passasse de 390.180 na edição do ano 2000, para 1.624.131, na edição de 2001, um incremento de cerca de 316%; e a criação, em 2004, no governo do presidente Luiz Inácio Lula da Silva, na gestão do Ministro da Educação Tarso Genro, do Programa Universidade para Todos (ProUni), que passou a fornecer bolsas de estudo, parcial ou integral, em IES particulares, levando em consideração, entre outros critérios, o resultado obtido no Enem. Tal medida impulsionou um aumento no número de inscritos, que foi de 1.552.316, em 2004, para 3.004.491, em 2005, um aumento de aproximadamente 94%.

2.2 NECESSIDADE DE REFORMULAÇÃO

A partir da criação do ProUni, o eixo principal do ENEM indicou ser um meio de acesso ao ensino superior. Tal realidade não poderia ser ignorada e com esse novo contexto, o número de inscritos em 2006 chegou a aproximadamente 3 milhões e meio. É provável que uma das consequências desse aumento tenha sido o mais baixo desempenho dos participantes desde 2002, quando também houve um forte incremento do número de inscritos.

Daí, ficou perceptível que isso poderia ser um indicativo de que a educação no país não havia melhorado como se supunha. Ao contrário, o ensino continuava ruim. Portanto, a comunidade de educadores voltou a questionar os rumos da educação no País.

Nessa mesma época, Maria Inês Fini alertou que o ENEM revelava dados que não estavam sendo explorados. Em entrevista para a Revista Educação, em março

de 2007, ela afirmou que a matriz de referência do ENEM não foi concebida para comparações (*ranking*), mostrando resistência aos novos rumos do exame.

Marques (2007) também ressaltou que a maior beleza do ENEM é o apoio que dá para a estruturação do ensino médio e que isso foi esquecido. De acordo com o Relatório Pedagógico do ENEM 2008, cerca de 700 universidades, entre públicas e particulares, aceitavam o Exame como forma de ingresso em seus cursos e o número de participantes atingiu o número de 4 milhões de inscritos.

Ainda de acordo com esse Relatório, 80% dos inscritos declaram no questionário socioeconômico que o objetivo de participar do ENEM era conseguir vaga em uma faculdade, enquanto apenas 7,8% consideraram o Exame como meio de obter bom emprego e futuro profissional.

Desta forma, estava configurada uma necessidade de reformulação do ENEM, já que na prática, os rumos tomados pelo exame já não eram os mesmos propostos inicialmente.

2.3 O NOVO ENEM

Em 2009 foi enviado um documento intitulado “Proposta à Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior” (IFES) que, como o próprio nome diz, visava fazer os dirigentes de IFES conhecerem os novos objetivos do que veio a ser chamado de “Novo ENEM”. Entre eles, vale ressaltar: democratizar as oportunidades de acesso às vagas federais de ensino superior (adquiriu um caráter de processo seletivo); possibilitar a mobilidade acadêmica (dados contidos neste documento informavam que, em 2007, cerca de 0,04% dos universitários matriculados no primeiro ano da graduação eram de estados distintos de sua origem. Já em países desenvolvidos, como os EUA, este número é de cerca de 20%) e induzir a reestruturação dos currículos do ensino médio.

Com a mudança, as IFES tiveram a opção de escolher entre quatro formas de utilização do exame como processo seletivo, são elas:

I – Como fase única, com o Sistema de Seleção Unificada (SISU);

II – Como primeira fase;

III – Combinado com o vestibular da instituição;

IV – Como fase única para as vagas remanescentes do vestibular.

O Novo ENEM também incorporou funções anteriormente atribuídas ao Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) do ensino médio.

Para suprir tantas mudanças, fez-se necessário reestruturar também a avaliação em si. Foi elaborada, tomando como base as matrizes de competências e habilidades que compõem o ENCCEJA do ensino médio e a matriz do próprio ENEM do período 1998-2008, uma nova Matriz de Referência, ficando esta dividida em quatro áreas do conhecimento, a saber:

I – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (incluindo redação);

II – Ciências Humanas e suas Tecnologias;

III – Ciências da Natureza e suas Tecnologias;

IV – Matemática e suas Tecnologias.

O exame, então, passou a compreender 4 provas, cada uma contendo 45 questões objetivas de múltipla escolha, ou seja, uma para cada área do conhecimento citada e uma proposta de redação. Sua aplicação é feita em dois dias: as 90 questões referentes às áreas do conhecimento II e III, no 1º dia com duração prevista de 4 horas e 30 minutos; e as 90 questões relativas às áreas I e IV mais a redação, no 2º dia com duração prevista de 5 horas e 30 minutos.

Cada área do conhecimento passa a contar com competências e habilidades próprias diferentemente da versão antiga. É importante frisar também que as antigas competências passaram a compor o que agora é chamado de eixos cognitivos, comuns a todas as áreas de conhecimento. São eles:

I – **Dominar linguagens (DL):** dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.

II – **Compreender fenômenos (CF):** construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III – **Enfrentar situações-problema (SP):** selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações, representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV – **Construir argumentação (CA):** relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V – **Elaborar propostas (EP):** recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Com isto, cada competência pode ter até 5 habilidades, uma para avaliar cada eixo cognitivo, perfazendo sempre um total de 30 habilidades por área de conhecimento. Posteriormente será abordada mais especificamente a matriz de referência de “Matemática e suas Tecnologias”.

A elaboração do exame é de responsabilidade do INEP. Este órgão é responsável pela manutenção do Banco Nacional de Itens (BNI), que é uma coleção de itens de testes de natureza específica. O BNI conta com um número expressivo de questões (estima-se algo em torno de dez mil), elaboradas segundo determinados critérios, por professores de universidades públicas e privadas de todo o país.

Para selecionar questões do BNI, as perguntas são testadas por estudantes do 1º e do 2º ano do ensino médio, que realizam uma prova chamada pré-teste. O processo é sigiloso e, por esse motivo, os alunos não sabem que estão participando de uma avaliação do ENEM. A partir das respostas dos alunos, realiza-se uma série de análises estatísticas e pedagógicas; por exemplo, avaliam-se a dificuldade do

item, a capacidade de discriminação e a possibilidade de acerto ao acaso. Depois dessas análises, as questões que atendem aos critérios ficam disponíveis para a montagem das provas, e as demais questões são descartadas ou encaminhadas para reformulação. Assim, são escolhidas as 180 questões que devem compor o exame, sendo que para cada área do conhecimento toma-se o cuidado de ter 25% das questões no nível fácil, 50% no nível médio e 25% no nível difícil.

Já a nota é calculada de acordo com a TRI, que considera o número de acertos, a dificuldade das questões e a coerência das respostas. Assim dois alunos que acertaram a mesma quantidade de perguntas, dificilmente vão ter a mesma nota. Não porque uma questão tenha “peso” maior que a outra, mas porque o sistema está montado de forma que quem acertou itens dentro de um padrão de coerência tenha notas melhores. Conforme a nota técnica divulgada pelo INEP:

Por último, vale a pena ressaltar que em avaliações onde o acerto casual é possível, caso do ENEM, a medida de proficiência da TRI leva em conta não só o número de acertos, mas também o padrão de respostas do aluno. Em outras palavras, dois alunos com o mesmo escore podem receber da TRI diferentes valores de proficiência. Receberá maior proficiência aquele aluno que apresentar respostas aos itens de forma mais coerente com o construto que está sendo medido. (BRASIL, 2012, p. 04).

É importante ressaltar também que não existe um limite inferior ou superior padrão entre as áreas de conhecimento. Isso significa que as proficiências dos participantes não variam entre zero e mil. Os valores máximos e mínimos de cada prova dependerão das características dos itens selecionados. No ENEM, somente a prova de redação tem esses valores pré-estabelecidos, variando de zero a mil, uma vez que a correção não é feita com base na TRI. A seguir tem-se as notas mínimas e máximas obtidas dentre todos os candidatos das edições de 2009 até 2014.

Tabela 1 – Notas mínima e máxima da Prova de Matemática e suas Tecnologias.

| | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Nota mínima | 345,9 | 313,4 | 321,6 | 277,2 | 322,4 | 318,5 |
| Nota máxima | 985,1 | 973,2 | 953,0 | 955,2 | 971,5 | 973,6 |

Fonte: INEP/MEC

Para se obter maiores informações a respeito da TRI, é indicado a leitura do documento “Guia do participante: Entenda a sua nota no ENEM”, disponível no sítio do INEP.

Por fim, atualmente, após a divulgação dos resultados do ENEM, os participantes contam com uma certificação que serve a diferentes finalidades, entre elas:

- permite o acesso à Educação Superior ou em diferentes processos de seleção do mundo do trabalho;
- alguns concursos públicos utilizam como uma de suas etapas a nota do ENEM, como é o caso do Curso de Formação de Oficiais (CFO) da polícia militar da Paraíba;
- participação no SiSU para conquistar vaga em universidades públicas do Brasil;
- participação no processo seletivo na Universidade de Coimbra, em Portugal;
- serve como vantagem competitiva em programas governamentais de intercâmbio, como o Ciência sem Fronteiras;
- permite um destaque em processos de seleção de estagiários, que podem ingressar no ProUni;
- é obrigatório para ingresso no Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (Fies).

3. ANÁLISE DA MATRIZ DE REFERÊNCIA E DAS PROVAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS APLICADAS DE 2012 A 2014

Um dos focos do presente trabalho é a análise de questões da área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias referentes às provas do ENEM, aplicadas de 2012 a 2014. Porém, nem todas as questões são aqui listadas. Foi percebido que boa parte das questões referentes a mesma habilidade, trazem alguma semelhança, seja em sua resolução, seja na sua interpretação, ou até mesmo, em seu contexto. Portanto, estas são as questões analisadas neste trabalho.

Para melhor entendimento da análise, é imprescindível que se conheça a Matriz de Referência de tal área. É indispensável também, um embasamento sobre contextualização e interdisciplinaridade, já que são duas das diretrizes traçadas para a elaboração do ENEM.

3.1 MATRIZ DE REFERÊNCIA DA ÁREA DO CONHECIMENTO DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

A Matriz usada pelos elaboradores para construir os itens, é composta pelas Competências de Área, Habilidades Matemáticas e Objetos do Conhecimento (que, numa prova tradicional seriam os conteúdos a serem abordados), além, é claro, dos Eixos Cognitivos que, por serem comuns às demais áreas do conhecimento, já foram citados.

3.1.1 Competências de Área e Habilidades Matemáticas

A seguir tem-se parte da Matriz de Referência, que foi retirada do sítio do INEP:

Competência de área 1 (C1) - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 (C2) - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 (C3) - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 (C4) - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 (C5) - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 (C6) - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 (C7) - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

A tabela a seguir, elaborada por Rabelo (2013), ilustra de maneira mais simples a relação existente entre os elementos norteadores de tal matriz de referência.

Tabela 2 - Relação entre competências, habilidades e eixos cognitivos – Matemática e suas Tecnologias

| Competências de área | DL | CF | SP | CA | EP |
|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| C1 | H1 | H2 | H3 | H4 | H5 |
| C2 | H6 | H7 | H8 | H9 | - |
| C3 | H10 | H11 | H12 | H13 | H14 |
| C4 | - | H15 | H16 | H17 | H18 |
| C5 | H19 | H20 | H21 | H22 | H23 |
| C6 | - | - | H24 | H25 | H26 |
| C7 | - | H27 | H28 | H29 | H30 |

Fonte: Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro.

Esta tabela será de fundamental importância para a classificação dos itens de matemática, das edições de 2012, 2013 e 2014, de acordo com as competências, eixos cognitivos e habilidades, exposta posteriormente, pois, é preciso identificar a competência trabalhada no item e o eixo cognitivo mais pertinente. De posse dessas duas informações, a habilidade surge da interseção entre ambas.

É bom ressaltar que ao analisar um item, pode-se ter, e é possível que se tenha, mais de uma competência/habilidade nele trabalhada. Portanto, o item é classificado de acordo com a competência/habilidade julgada mais cabível, mais importante, para que o aluno compreenda a resolução da questão. Fato semelhante se dá quanto ao objeto do conhecimento associado à questão, como pode ser visto a seguir.

3.1.2 Objetos do Conhecimento

Vale esclarecer que os objetos do conhecimento são como se fossem o conteúdo programático dos vestibulares tradicionais. A seguir tem-se mais uma parte da matriz de referência do ENEM, retirada do sítio do INEP.

Conhecimentos numéricos (OC1): operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.

Conhecimentos geométricos (OC2): características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

Conhecimentos de estatística e probabilidade (OC3): representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.

Conhecimentos algébricos (OC4): gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

Conhecimentos algébricos/geométricos (OC5): plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

É importante, de acordo com algum parâmetro, a comparação entre o que pode ser cobrado pelos objetos do conhecimento previstos na matriz de referência e o que normalmente é cobrado pelas escolas nos níveis de ensino fundamental e médio. Para tanto, é importante que se tenha um parâmetro nacional, já que o currículo mínimo pode mudar de um estado para outro. Este é o motivo da escolha ter sido usar como base o Plano de Sequência Didática (PSD) do Sistema Colégio Militar do Brasil (SCMB), que é formado por escolas de ensino tradicional, abrangendo todas as regiões do país e que tem seu planejamento pautado em competências e habilidades. É bom salientar que determinados conteúdos são abordados ao longo de alguns anos. Neste caso, ao classificar a qual ano o conteúdo pertence, consideramos o último ano onde ele se apresentou. A tabela a seguir mostra o resultado da comparação.

Tabela 3: Classificação dos conteúdos de Matemática e suas Tecnologias por ano de ensino.

| ANO | OBJETO DO CONHECIMENTO | CONTEÚDOS |
|-------|------------------------|--|
| 6º EF | OC1 | operações em conjuntos numéricos (naturais), divisibilidade, fatoração. |
| | OC2 | grandezas, unidades de medida; comprimentos. |
| 7º EF | OC1 | operações em conjuntos numéricos (inteiros, racionais), desigualdades, razões e proporções, porcentagem, relações de dependência entre grandezas. |
| | OC2 | escalas; ângulos. |
| | OC3 | medidas de tendência central (médias, moda e mediana). |
| | OC5 | plano cartesiano. |
| 8º EF | OC2 | congruência de triângulos; circunferências. |
| 9º EF | OC1 | operações em conjuntos numéricos (reais) |
| | OC2 | características das figuras geométricas planas; áreas; semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo. |
| | OC3 | representação e análise de dados. |
| 1º EM | OC1 | sequências e progressões. |
| | OC4 | gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas. |
| 2º EM | OC1 | princípios de contagem. |
| | OC2 | características das figuras geométricas espaciais; volumes; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais. |
| | OC3 | desvios e variância; noções de probabilidade. |
| 3º EM | OC1 | juros. |
| | OC5 | retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações. |

Fonte: Elaboração do autor.

Sem grandes esforços, é perceptível que a presente matriz de referência é composta em sua maioria por conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental. Algo que também chama atenção é a pouca quantidade de conteúdos do 3º ano do

Ensino Médio e a ausência de conteúdos importantes. A tabela a seguir ilustra os conteúdos não cobrados por tal matriz e presentes nos PSD's do SCMB.

Tabela 4: Conteúdos que faltam na Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias.

| ANO | CONTEÚDOS |
|-------|---|
| 1º EM | 1 – Função modular; 2 – Trigonometria (identidades trigonométricas, soma de arcos, arcos duplos, equações trigonométricas) |
| 2º EM | 3 – Binômio de Newton; 4 – Matrizes; 5 – Determinantes; |
| 3º EM | 6 – Geometria Analítica (cônicas); 7 – Números complexos; 8 – Polinômios. |

Fonte: Elaboração do autor.

Avaliando o resultado mostrado na tabela 4 constata-se que importantes conteúdos de Matemática não vêm sendo cobrados no ENEM. Desta forma, é provável que muitos alunos tenham acesso às Instituições de Ensino Superior (IES) sem o conhecimento de tais assuntos.

Há ainda o temor de que estes conteúdos deixem de ser ministrados no ensino básico, pois mesmo que os currículos mínimos exijam tais conceitos, os colégios, principalmente os que visam o maior número de aprovações no SISU, deixem de ministrar estes conteúdos. Por exemplo, talvez já por influência da ausência na matriz de referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, dois conteúdos antes trabalhados no 1º ano do Ensino Médio do SCMB, não sejam mais contemplados no PSD: teoria dos conjuntos (é cobrado apenas o diagrama de Euler-Venn) e funções (faltam: definição, classificação, paridade, composição, função inversa).

3.2 CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE

Provavelmente se algum professor ou aluno for indagado sobre duas características das questões do ENEM, obtenha-se como resposta: questões

contextualizadas e interdisciplinares. De fato, a presença destas duas qualidades são bem marcantes nos itens de Matemática. Daí a necessidade de avaliar as provas também sob estes aspectos, visto que, uma das propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) é que o Ensino Médio, como parte da educação básica, seja desenvolvido de forma interdisciplinar e contextualizado.

Como já citado, existem documentos do INEP para nortear a construção dos itens do BNI. Uma das recomendações é:

Uma situação-problema deve estar contextualizada de maneira que permita ao participante aproveitar e incorporar situações vivenciadas e valorizadas no contexto em que se originam para aproximar os temas escolares da realidade extraescolar (BRASIL. Inep, 2003).

Conclui-se, então, que os itens devam ser contextualizados para compor a prova do ENEM. Porém pode acontecer de algum item ser falho quanto a sua suposta contextualização. Para estes casos recorreremos a seguinte explanação: “Ao analisar as produções dos docentes em termos de itens para avaliação, encontramos três tipos básicos de questão: convencional, textualizada e contextualizada.” (RABELO, 2013a, p. 178).

O mesmo autor ainda diz que uma questão do tipo convencional é aquela que: “[...] reflete uma cobrança estritamente voltada à capacidade de se utilizar o conhecimento aprendido na reprodução de procedimentos rotineiros ou na identificação ou reconhecimento de dados e informações.” (RABELO, 2013a, p. 178).

Já por questão textualizada, entende-se que é aquela que contém textos desnecessários para a sua resolução, funcionando apenas como informação acessória. Há também questões textualizadas trazendo contextos ficcionais, totalmente distorcidos em relação à realidade. Isto ocorre, muitas vezes, por desconhecimento das técnicas de elaboração de itens.

Por fim, podemos aqui dizer, de forma bem direta, que a interdisciplinaridade sempre ocorre quando, ao tratar de um assunto dentro de uma disciplina, há a necessidade de se lançar mão dos conhecimentos de outra, ou seja: “[...] A interdisciplinaridade é, portanto, a articulação que existe entre as disciplinas para

que o conhecimento do aluno seja global, e não fragmentado.” (CAVALCANTI, 2008).

Contudo, criar um item contextualizado e/ou interdisciplinar, não é uma tarefa simples, mesmo que estes conceitos estejam bem definidos. Reconhecê-los é mais fácil, mesmo assim não é algo exato. Um item pode ser classificado como contextualizado por uma pessoa e textualizado por outra e as duas terem razão, pois esta classificação passa acima de tudo pelo entendimento que cada um tem da questão.

3.3 ANÁLISE DE ITENS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DAS EDIÇÕES 2012, 2013 E 2014.

As questões aqui listadas da edição de 2012 são referentes ao caderno cinza, enquanto que os itens das edições de 2013 e 2014 referem-se ao caderno amarelo.

3.3.1 C1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

Normalmente as questões da competência C1, trazem, em seu contexto, notícias veiculadas em jornal, revistas ou textos científicos, com o objetivo de fazer o participante explorar algumas situações presentes no contexto social e analisar situações da realidade, abordando sempre as diversas formas de representação dos números, suas operações, seus significados e os padrões que certas situações seguem. Há também questões que trazem situações de alguns campos da Matemática e que se o participante tiver um bom conhecimento acerca dos diversos conjuntos numéricos, ele as resolverá de forma mais simples.

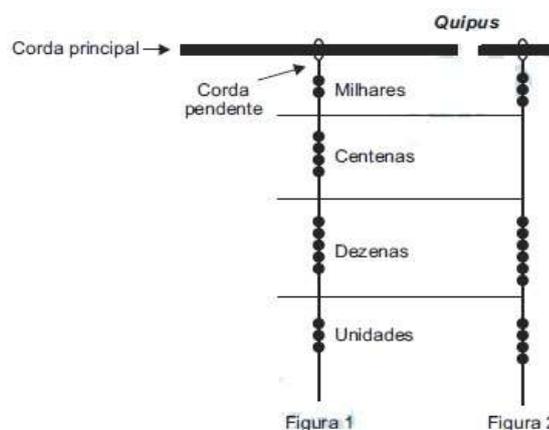
H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

Q177/12. João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 1 3 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu. De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de

- a) centena.
- b) dezena de milhar.
- c) centena de milhar.
- d) milhão.
- e) centena de milhão.

Resolução e comentários: o algarismo não anotado, da direita para a esquerda ocupa a 6ª casa, ou seja, a ordem da centena de milhar. Alternativa C. Questão contextualizada que abrange o “OC1”.

Q177/14. Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós denominado *quipus*. O *quipus* era feito de uma corda matriz, ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na figura 1, o *quipus* representa o número decimal 2.453. Para representar o "zero" em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



Disponível em: <www.culturaperuana.com.br>. Acesso em: 13 dez. 2012.

O número da representação do *quipus* da figura 2, em base decimal, é

- a) 364.
- b) 463.
- c) 3.064.
- d) 3.640.
- e) 4.603.

Resolução e comentários: o número descrito na figura 2 é dado por 3 milhares, 6 dezenas e 4 unidades, ou seja, $3.1000 + 6.10 + 4.1 = 3000 + 60 + 4 = 3064$. Alternativa C. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o “OC1”.

H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

Q158/13. Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta corrente pela internet. Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres. Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo. O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

- a) $\frac{62^6}{10^6}$.
- b) $\frac{62!}{10!}$.
- c) $\frac{62!.4!}{10!.56!}$.
- d) $62! - 10!$.
- e) $62^6 - 10^6$.

Resolução e comentários: para as senhas antigas, têm-se 10 opções de escolha (algarismos de 0 a 9) em cada um dos 6 dígitos, totalizando 10^6 diferentes senhas. Para as novas senhas, têm-se 62 opções de escolha (26 letras minúsculas, 26 letras maiúsculas e 10 algarismos) em cada um dos 6 dígitos, perfazendo 62^6 senhas distintas. Sendo assim, o coeficiente de melhora é dado por $\frac{62^6}{10^6}$. Alternativa A. Questão contextualizada que abrange o “OC1”.

Q151/14. Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver

todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido. De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

a) $20 \cdot 8! + (3!)^2$.

b) $8! \cdot 5! \cdot 3!$.

c) $\frac{8! \cdot 5! \cdot 3!}{2^8}$.

d) $\frac{8! \cdot 5! \cdot 3!}{2^2}$.

e) $\frac{16!}{2^8}$.

Resolução e comentários: nos cinco primeiros dias o cliente terá que pegar 5 filmes de ação, dos 8 existentes, logo $A_{8,5} = \frac{8!}{(8-5)!}$ opções, e os 5 filmes de comédia, logo $P_5 = 5!$ opções. Nos três dias finais serão escolhidos os 3 filmes que restaram de ação, logo $P_3 = 3!$ Opções, e os 3 de drama, também $P_3 = 3!$ Opções. Daí, pelo princípio multiplicativo, temos $\frac{8!}{3!} \cdot 5! \cdot 3! \cdot 3! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5! \cdot 3! \cdot 3!$. Usando a propriedade comutativa da multiplicação, ficamos com $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5! \cdot 4 \cdot 3! \cdot 3! = 8! \cdot 5! \cdot 3!$.
Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o "OC1".

H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

Q161/12. A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, conseqüentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: <www.arq.ufsc.br>. Acesso em: 30 mar. 2012. Adaptado.

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume V de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a , diminui para um valor que é

a) 20% menor que V , uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.

b) 36% menor que V , porque a área da base diminui de a^2 para $[(1 - 0,2)a]^2$.

c) 48,8% menor que V , porque o volume diminui de a^3 para $(0,8a)^3$.

- d) 51,2% menor que V , porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.
 e) 60% menor que V , porque cada lado diminui 20%.

Resolução e comentários: sendo “ a ” a medida da aresta da travessa, temos que o volume inicial é $V = a^3$. Após a contração de 20%, passa para $V_2 = (0,8a)^3 \rightarrow V_2 = 0,512a^3 = 0,512V$. Ou seja, houve redução de $1 - 0,512 = 0,488 = 48,8\%$.
Alternativa C. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o “OC1”.

Q174/13. A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: <www.arq.ufsc.br>. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

- a) 4%.
 b) 20%.
 c) 36%.
 d) 64%.
 e) 96%.

Resolução e comentários: a área da base é dada por $30 \times 15 = 450$ cm^2 . A nova área é dada por $0,8 \times 30 \times 0,8 \times 15 = 0,8 \times 0,8 \times 30 \times 15 = 0,64 \times 450$, o que significa que a área passou a ser 64% do valor anterior, ou seja, uma redução de 36%. Alternativa C. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o “OC1”.

H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Q174/12. Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias

sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

- a) 24 litros.
- b) 36 litros.
- c) 40 litros.
- d) 42 litros.
- e) 50 litros.

Resolução e comentários: basta perceber que a bacia ecológica consome 0,4 vezes o que consome a não ecológica. Daí, $60 \times 0,4 = 24$ litros. Logo, a economia será de $60 - 24 = 36$ litros. Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC1”.

- Q169/14.** De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente,
- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes.
 - 33% são utilizados em descarga de banheiro.
 - 27% são para cozinhar e beber.
 - 15% são para demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia. O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, por dia, em algumas atividades.

| Atividade | Consumo total de água na atividade (em litros) |
|-------------------|--|
| Tomar banho | 24,0 |
| Dar descarga | 18,0 |
| Lavar as mãos | 3,2 |
| Escovar os dentes | 2,4 |
| Beber e cozinhar | 22,0 |

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água,

- a) 30,0.
- b) 69,6.
- c) 100,4.
- d) 130,4.
- e) 170,0.

Resolução e comentários: o gasto total apresentado no quadro com o consumo moderado é $24 + 18 + 3,2 + 2,4 + 22 = 69,6$ litros. Sendo que ainda faltam os 15% que são gastos nas demais atividades, segundo a ONU, e como foi dito para manter o mesmo consumo nas demais atividades, ainda tem que ser acrescentado $15\% \text{ de } 200 = 30$ litros. Daí, o total gasto é de $69,6 + 30 = 99,6$ litros, sendo feita uma

economia de $200 - 99,6 = 100,4$ litros. Alternativa C. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o “OC1”.

3.3.2 C2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

As quatro habilidades desta competência, geralmente visam testar a capacidade que o candidato tem de entender e interpretar as diversas formas geométricas, as representações de um objeto espacial num plano e as propriedades das figuras planas e espaciais, como cálculo de segmentos, áreas e volumes, de uma maneira geral. É comum serem usados no contexto das questões situações como fenômenos naturais, histórico-geográficos, socioculturais, manifestações artísticas ou produções tecnológicas.

H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

Q163/12. O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na figura 1, uma foto de um globo da morte e, na figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.



Figura 1

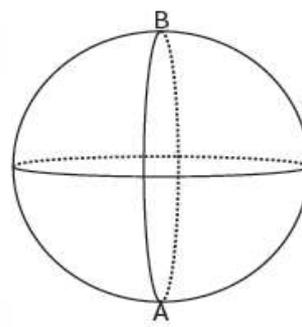
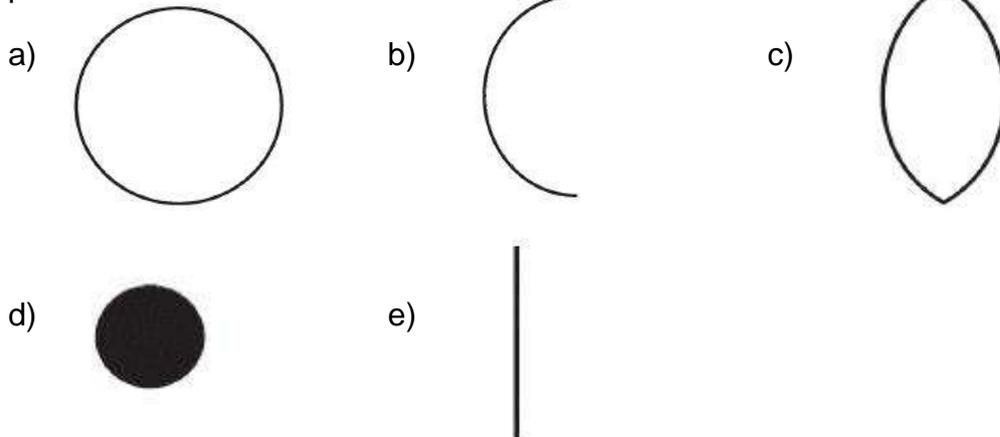


Figura 2

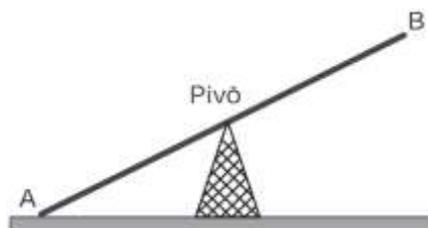
Na figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por



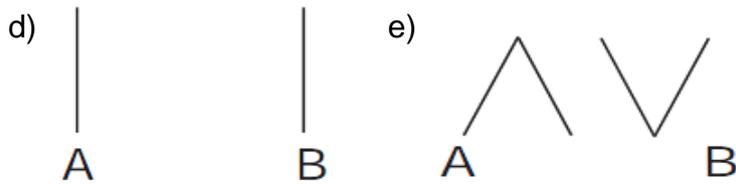
Resolução e comentários: como, por hipótese, o segmento AB é perpendicular ao chão e é diâmetro da circunferência percorrida pelo motoqueiro, temos que o plano em que ela está contida é perpendicular ao plano do chão. Daí, sua projeção é um segmento de reta. Alternativa E. Questão contextualizada que abrange o “OC2”.

Q173/13. Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra. Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

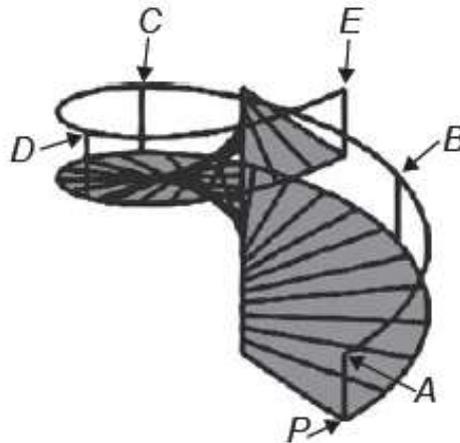




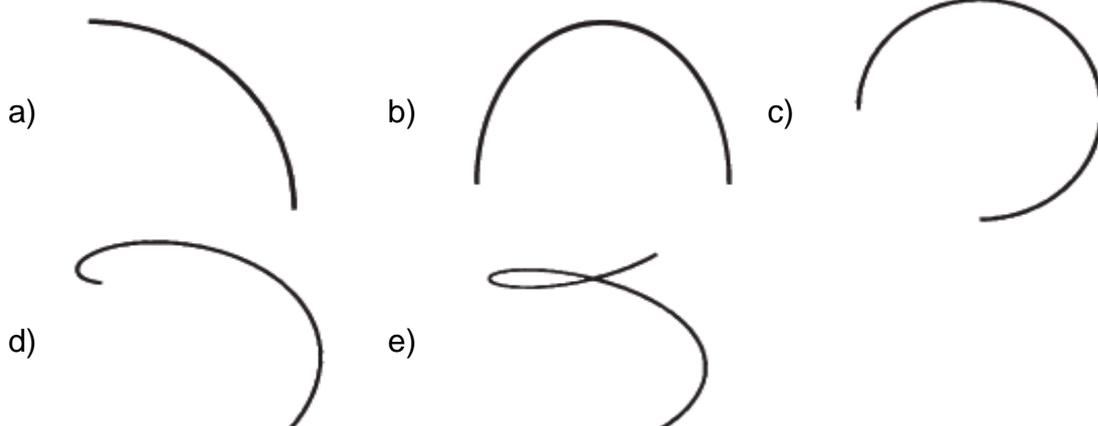
Resolução e comentários: os pontos A e B descreverão arcos de circunferência, num plano perpendicular ao solo, que quando projetados perpendicularmente no plano do chão formarão dois segmentos de reta.

Alternativa B. Questão textualizada que abrange o “OC2”.

Q154/14. O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos A, B, C, D, E sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto A até o ponto D.



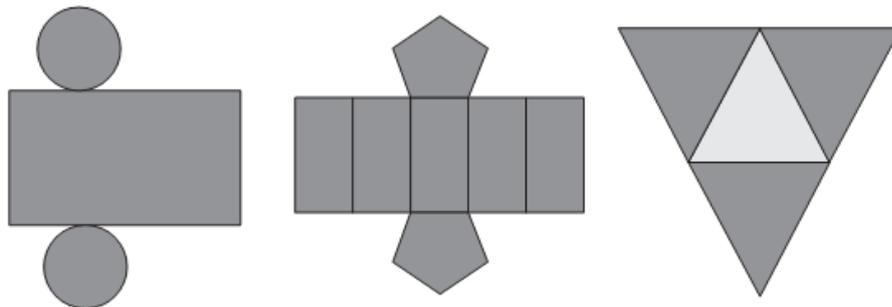
A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:



Resolução e comentários: como os pontos A e E estão sobre uma mesma reta e a escada é de forma circular, temos que sua projeção ortogonal é uma circunferência. Além disso, foi dito que os pontos A, B, C, D e E estão igualmente espaçados, ou seja, de um pra o outro, na projeção, percorre-se um arco de $360^\circ/4 = 90^\circ$ (divide-se por 4 pois A e E estão marcados no mesmo ponto). A pessoa em questão deslizou sua mão de $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, logo percorreu um arco de 270° . Alternativa C. Questão textualizada que abrange o “OC2”.

H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

Q137/12. Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.

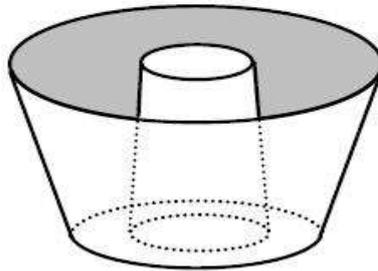


Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- c) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

Resolução e comentários: na 1ª imagem temos como base dois círculos e na lateral um retângulo, logo é um cilindro. Na 2ª, temos como base dois pentágonos e 5 retângulos formando a lateral, portanto trata-se de um prisma de base pentagonal. Na 3ª, tem-se quatro triângulos, o que pode formar uma pirâmide. Alternativa A. Questão convencional que abrange o “OC2”.

169/13. Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



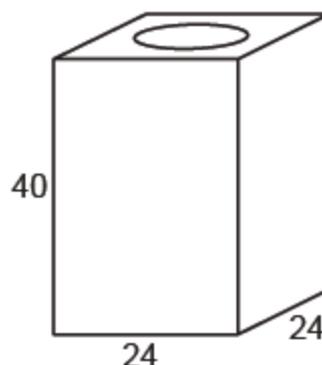
Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais. Essas figuras são

- a) um tronco de cone e um cilindro.
- b) um cone e um cilindro.
- c) um tronco de pirâmide e um cilindro.
- d) dois troncos de cone.
- e) dois cilindros.

Resolução e comentários: a parte externa é um tronco de cone com base voltada para cima, enquanto que a parte interna é um tronco de cone com base voltada para baixo.
Alternativa D. Questão convencional que abrange o “OC2”.

H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Q146/14. Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

- a) 14,4%.
 b) 20,0%.
 c) 32,0%.
 d) 36,0%.
 e) 64,0%.

Resolução e comentários: considerando que o volume inicial é V , com o aumento de 25% na base o volume passa a ser $(1,25)^2 \cdot V = (5/4)^2 \cdot V$. Para o volume voltar ao original, a altura deve ser multiplicada por $1/(5/4)^2 = (4/5)^2 = (0,8)^2 = 0,64$. Ou seja, a redução na altura da nova lata deve ser de $0,36 = 36\%$. Alternativa D. Questão convencional que abrange o “OC2”.

Q168/14. Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $1/8$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura. A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

- a) $1/8$.
 b) $7/8$.
 c) $8/7$.
 d) $8/9$.
 e) $9/8$.

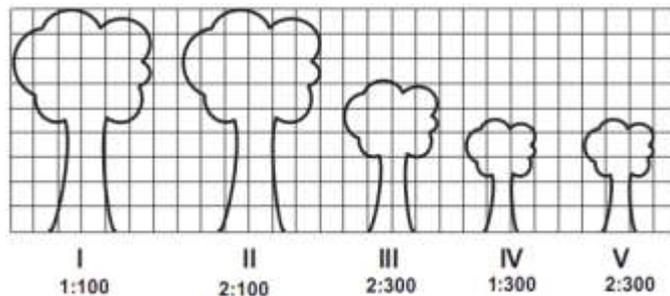
Resolução e comentários: sejam a altura da porta “ a ”, a espessura “ b ” e a largura “ c ”, o volume “ V ” da porta é dado por $V = a \cdot b \cdot c$. Como, por hipótese, a altura foi aumentada em $1/8$, passou a ser $a + a/8 = (9/8)a$, sendo assim, o volume passa a ser $(9/8)V$. Para o volume voltar ao original, a largura da porta têm de ser $(8/9)c$, pois $(9/8)a \cdot b \cdot (8/9)c = a \cdot b \cdot c = V$. Logo, a razão entre a largura nova porta e a largura da porta anterior é dada por $(8/9)b/b = 8/9$. Alternativa D. Questão contextualizada que abrange o “OC2”.

3.3.3 C3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

A competência C3 normalmente aborda a capacidade do participante de relacionar corretamente as grandezas e medidas, sabendo, inclusive, selecionar instrumentos de medida mais adequados a uma determinada situação proposta, além de identificar e relacionar unidades de medidas adequadas a uma determinada grandeza que se queira medir.

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

Q146/12. Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

- a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

Resolução e comentários: calculando a altura real de cada árvore, utilizando como unidade de medida a quadrícula da malha quadriculada, temos as seguintes alturas para as árvores I, II, III, IV e V, respectivamente: 900, 450, 900, 1350 e 675. Logo, a árvore de maior altura real é a IV. Questão convencional que abrange o “OC2”.

Q153/12. O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano *Dean Karnazes*, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas. Um professor de educação física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

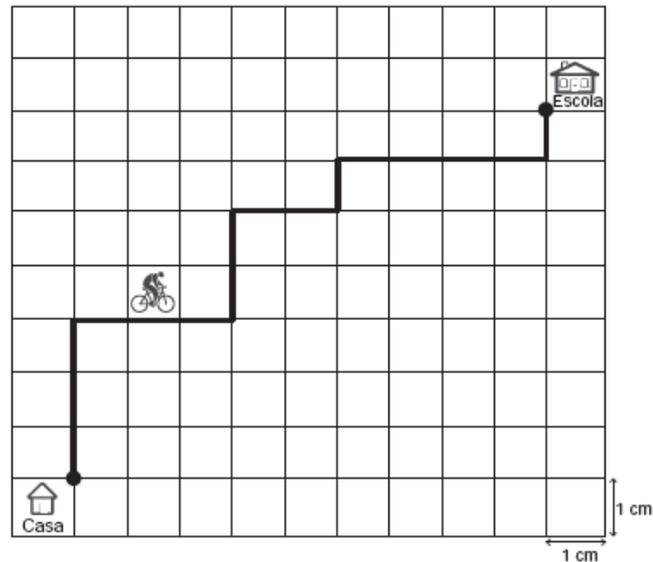
Disponível em: <<http://veja.abril.com.br>>. Acesso em: 25 jun. 2011. Adaptado.

Se o percurso de *Dean Karnazes* fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

- a) 1 : 700
b) 1 : 7.000
c) 1 : 70.000
d) 1 : 700.000
e) 1 : 7.000.000

Resolução e comentários: *Dean Karnazes* correu $10 \times 42 \text{ km} = 420 \text{ km} = 420 \times 100000 \text{ cm} = 42000000 \text{ cm}$. Como a pista em que foi representada tal situação tem 60 cm, a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta é dada por $\frac{60}{42000000} = \frac{1}{700000}$. Alternativa D. Questão contextualizada que abrange o “OC2”.

Q180/13. A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

- a) 4.
b) 8.
c) 16.
d) 20.
e) 40.
- Resolução e comentários:** cada lado de quadrado na figura equivale a 25.000 cm no tamanho real. Cada trajeto de ida e volta é composto de $2 \times 16 = 32$ lados de quadrados na figura, que equivalem a $32 \times 25\ 000$ cm = 800 000 cm = 8 000 m = 8 km. Nos 5 dias, o aluno percorreu 5×8 km = 40 km. Alternativa E. Questão contextualizada que abrange o “OC2”.

Q160/14. O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto de garagem, na escala 1 : 100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm. O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

- a) 6.
- b) 600.
- c) 6 000.
- d) 60 000.
- e) 6 000 000.

Resolução: de acordo com a situação, a cada 1 cm da escala tem-se 100 cm na realidade. Como as dimensões na escala são 3 cm, 1 cm e 2 cm, na realidade são 300 cm, 100 cm e 200 cm, logo o volume do armário é dado $300 \times 100 \times 200 = 6\,000\,000$ cm³. Alternativa E. Questão contextualizada que abrange o “OC2”.

3.3.4 C4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Nesta competência, é bastante comum encontrarmos questões que envolvam conceitos de proporcionalidade. Nos itens de tal competência é fácil gerar interdisciplinaridade, pois, por exemplo, é possível gerar fórmulas de disciplinas de outras áreas do conhecimento apenas relatando a variação de grandezas de determinados conceitos. É bem sutil a diferença entre algumas habilidades das competências C3 e C4.

H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas.

Q159/13. Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d’água tem volume de 0,2 mL. Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros?

- a) 0,2.
- b) 1,2.
- c) 1,4.
- d) 12,9.
- e) 64,8.

Resolução e comentários: como a torneira ficou pingando durante 6 horas, que equivale a $6 \cdot 60 \cdot 60 = 21\,600$ segundos, e foi dito que a frequência com que ela pingou foi de uma gota, de 0,2 mL, a cada 3 segundos, temos que foi despejado um total de $21\,600 / 3 = 7\,200$ gotas d’água, ou seja, $7\,200 \cdot 0,2 = 1\,440$ mL que, em litros, equivale a $1\,440 / 1\,000 = 1,44$ L. Alternativa C. Questão convencional que abrange o “OC1”.

Q163/13. Nos Estados Unidos a unidade de medida de volume mais utilizada em latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95

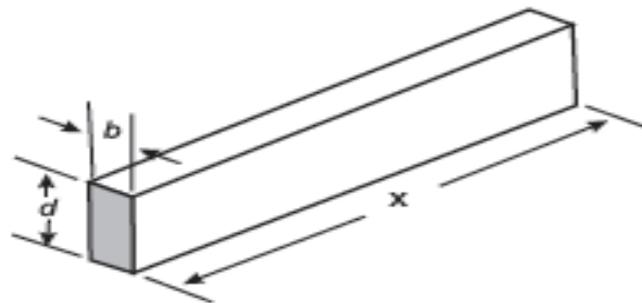
centilitros (cL). Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 mL. Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 mL, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de?

- a) 0,83.
- b) 1,20.
- c) 12,03.
- d) 104,73.
- e) 120,34.

Resolução e comentários: transformando 355 mL para cL, temos 35,5 cL. Como cada onça fluida equivale a aproximadamente 2,95 cL, para fazer a conversão de fl oz para cL, deve-se dividir por 2,95. Logo $35,5/2,95$ é aproximadamente $36/3 = 12$. Daí, a resposta satisfatória é 12,03. Alternativa C. Questão contextualizada que abrange o “OC1”.

H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Q172/12. A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

- a) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- b) $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- c) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$

Resolução e comentários: como dito, S é diretamente proporcional à b , d^2 e k e inversamente proporcional a x^2 , logo $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$. Alternativa A. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o “OC1”.

$$d) S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$$

$$e) S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$$

Q137/13. Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que o "cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M ".

HUGHES-HALLETT, *et al.* *Cálculo e aplicações*. São Paulo: Edgard Bücher, 1999. Adaptado.

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

$$a) S = k \cdot M$$

$$b) S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$$

$$c) S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$$

$$d) S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$$

$$e) S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^2$$

Resolução e comentários: pelas informações, temos que $\frac{S^3}{M^2} = k \rightarrow S^3 = k \cdot M^2 \rightarrow S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$. Alternativa D. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o "OC1".

Q143/13. Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3 . Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3 , cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a

- a) 2. **Resolução e comentários:** é uma típica questão de regra de três composta, onde as grandezas são: o volume de água escoado (V), o número de ralos (N) e o tempo necessário para o escoamento da água (T).
 b) 4.
 c) 5. Estabelecendo as relações de proporcionalidade entre as grandezas,
 d) 8. temos que N é diretamente proporcional a V e inversamente proporcional a T . Daí, sendo N_1 , V_1 e T_1 os valores relativos a 1ª situação e N_2 , V_2 e T_2 os
 e) 9.

valores relativos a 2ª situação, temos que: $\frac{N_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{N_2 \cdot V_2}{T_2} \rightarrow \frac{6 \cdot 6}{900} = \frac{x \cdot 4}{500} \rightarrow \frac{36}{9} = \frac{4x}{5} \rightarrow$
 $4 = \frac{4x}{5} \rightarrow x = 5$. Alternativa C. Questão contextualizada, que abrange o “OC1”.

Q147/13. Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m³ de concreto. Qual é o volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazido pela betoneira?

- a) 1,75.
- b) 2,00.
- c) 2,33.
- d) 4,00.
- e) 8,00.

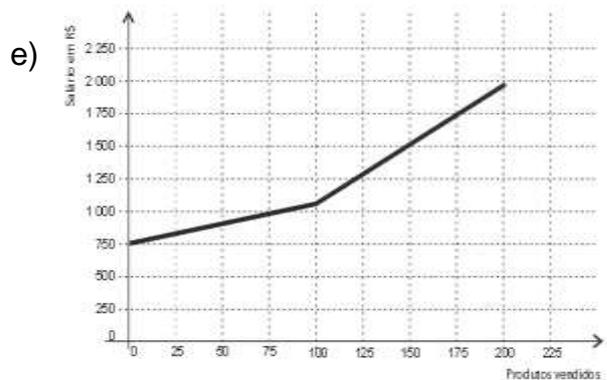
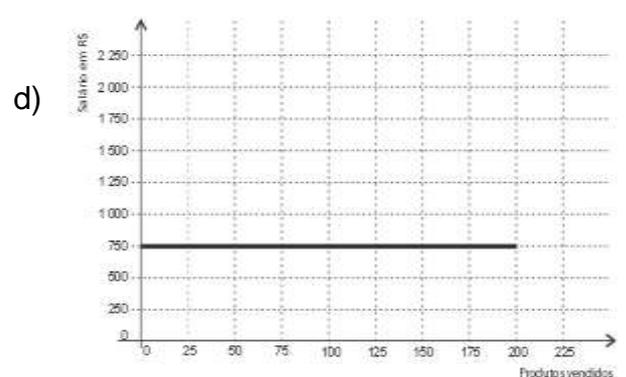
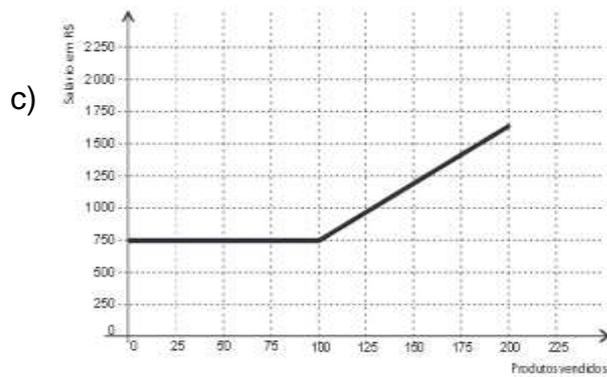
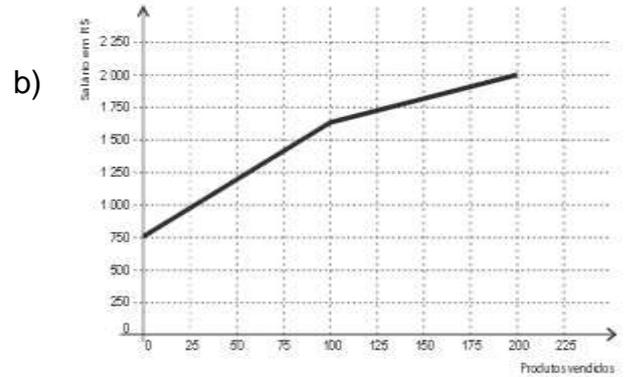
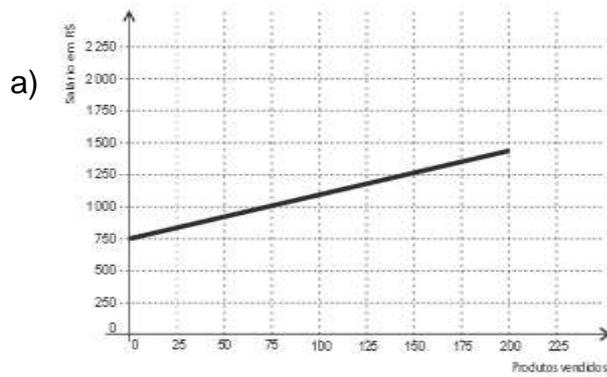
Resolução e comentários: pelos dados do item, a proporção de cimento na constituição do concreto é de 1:7. Logo, como foram encomendados 14 m³, mantendo a mesma proporção, o volume de cimento será de 2 m³. Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC1”.

3.3.5 C5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

A Competência de área C5 trata do uso do pensamento algébrico/geométrico para resolver situações-problema, pois o conhecimento matemático construído ao longo da vida, muitas vezes contextualizado em situações do cotidiano, pode e deve ser generalizado e transferido a outros contextos. É comum termos aqui questões que solicitam a representação de uma dada situação em gráficos.

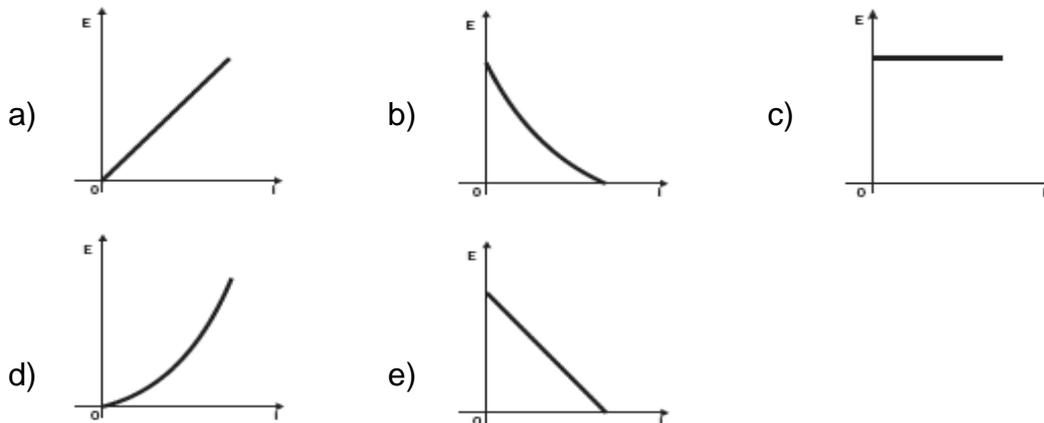
H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

Q141/12. Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R\$ 750,00, mais uma comissão de R\$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R\$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido. Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é



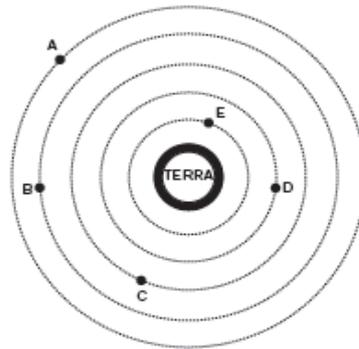
Resolução e comentários: o gráfico que represente tal situação tem que ser uma reta crescente, pois se trata de uma situação que pode ser retratada por uma função afim, com o coeficiente $a > 0$. Porém, para o número de vendas entre 0 e 100, o crescimento deve ser mais lento do que para o número de vendas maior que 100, já que o valor recebido por cada peça vendida entre 0 e 100 unidades é menor que o valor recebido para o número de peças vendidas a partir da 101ª. Alternativa E. Questão contextualizada que abrange o “OC4”.

Q167/12. Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia (E), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho. Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?

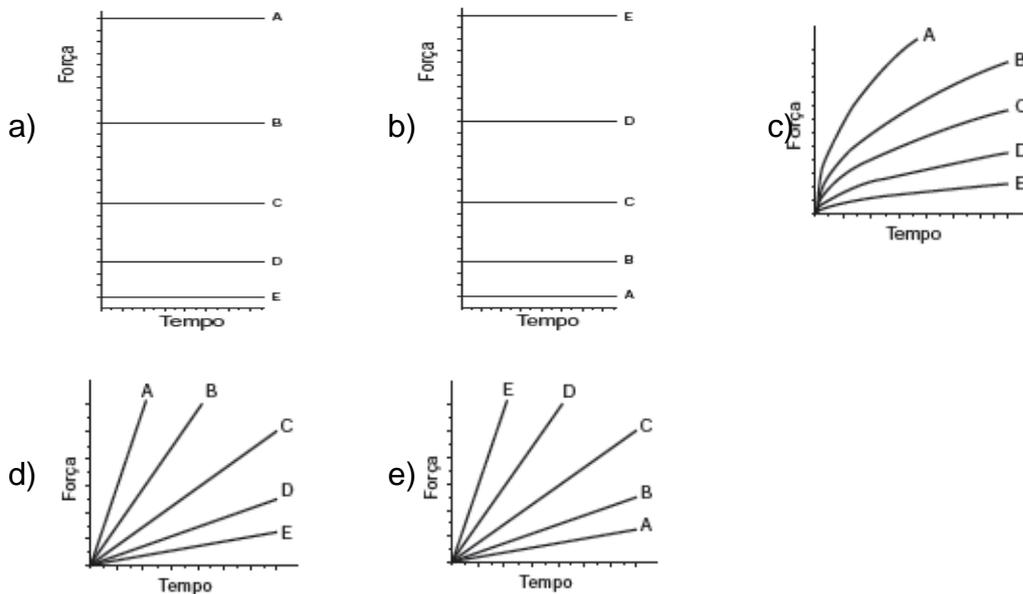


Resolução e comentários: de acordo com os dados, $P = R \cdot i^2$. Sendo assim o gráfico de P em função de i é um arco de parábola com concavidade voltada para cima e passando pela origem. Com foi dito que o consumo “ E ” é diretamente proporcional a “ P ”, o gráfico que relaciona “ E ” e “ i ” deve ser da mesma forma. Alternativa D. Questão contextualizada e interdisciplinar, que abrange o “OC4”.

Q138/13. A Lei da Gravitação Universal, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força de atração entre duas massas. Ela é representada pela expressão: $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$; onde m_1 e m_2 correspondem às massas dos corpos, d à distância entre eles, G à constante universal da gravitação e F à força que um corpo exerce sobre o outro. O esquema representa as trajetórias circulares de cinco satélites, de mesma massa, orbitando a Terra.



Qual gráfico expressa as intensidades das forças que a Terra exerce sobre cada satélite em função do tempo?



Resolução e comentários: pela fórmula da gravitação universal, quanto maior a distância, menor a força. Como a órbita é circular, a distância entre o satélite e a Terra é constante, e a força não depende do tempo. Assim, o gráfico apresentará forças constantes (retas), a curva para o satélite mais próximo (E) tem força maior, e a curva para o satélite mais distante (A) tem força menor. Alternativa B. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o “OC4”.

H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

Q165/12. Dentre outros objetos de pesquisa, a alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m

pela fórmula $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$, em que k é uma constante positiva. Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

- a) $\sqrt[3]{16}$
- b) 4
- c) $\sqrt{24}$
- d) 8
- e) 64

Resolução e comentários: consideremos que na infância o indivíduo tem massa " m_i " e área da superfície corporal dada por " A_i " cuja relação, por hipótese, é $A_i = k \cdot (m_i)^{\frac{2}{3}}$. Como na maioridade a massa é multiplicada por 8, temos que a área da superfície corporal fica $A = k \cdot (8m_i)^{\frac{2}{3}} \rightarrow A = k \cdot 4 \cdot (m_i)^{\frac{2}{3}} \rightarrow A = 4 \cdot k \cdot (m_i)^{\frac{2}{3}} \rightarrow A = 4 \cdot A_i$. Alternativa B. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o "OC4".

Q162/13. Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza a metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k uma constante negativa. Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10}2$. Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

- a) 27.
- b) 36.
- c) 50.
- d) 54.
- e) 100.

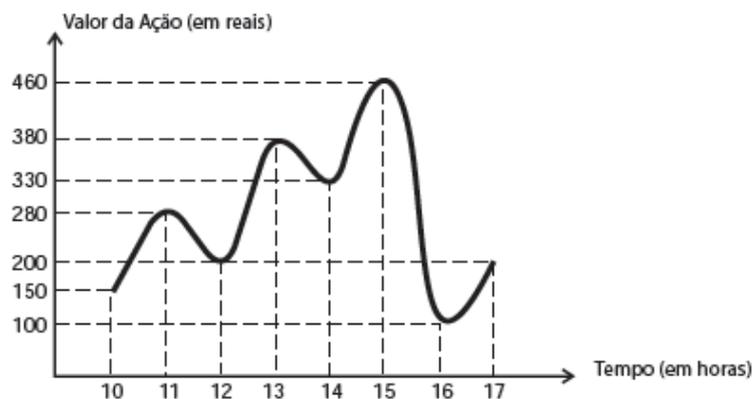
Resolução e comentários: como o tempo de meia-vida do césio-137 é 30 anos. Logo $M(30) = \frac{A}{2} \rightarrow A \cdot (2,7)^{k \cdot 30} = \frac{A}{2} \rightarrow (2,7)^{30 \cdot k} = 2^{-1}$. Queremos que $M(t) = 10^{-1} \cdot A$. Daí, $A \cdot (2,7)^{kt} = 0,1 \cdot A \rightarrow (2,7)^{kt} = 0,1$. Como $(2,7)^{kt} = [(2,7)^{30 \cdot k}]^{\frac{t}{30}} = (2^{-1})^{\frac{t}{30}}$, podemos concluir que $(2^{-1})^{\frac{t}{30}} = 10^{-1}$. Aplicando \log_{10} em ambos os membros: $\log_{10}(2^{-1})^{\frac{t}{30}} = \log_{10}(10)^{-1} \rightarrow -\frac{t}{30} \cdot \log_{10}2 = -1$. Fazendo $\log_{10}2 = 0,3$, ficamos com $-\frac{t}{30} \cdot 0,3 = -1 \rightarrow t \cdot 0,01 = 1 \rightarrow t = 100$. Alternativa E. Questão contextualizada e interdisciplinar que abrange o "OC4".

3.3.6 C6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

É a competência composta por menos habilidades, cujas questões que a representam em geral relacionam-se com o tratamento da informação. Em particular, a leitura de tabelas e gráficos permite interpretar adequadamente o significado dos dados, tomar decisões e fazer inferências diante de questões de natureza científica ou socioeconômica.

H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

Q178/12. O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



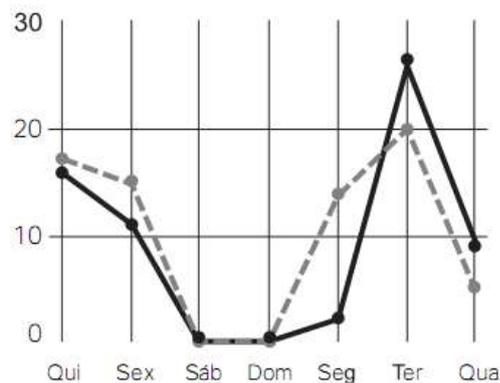
Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

| Investidor | Hora da Compra | Hora da Venda |
|------------|----------------|---------------|
| 1 | 10:00 | 15:00 |
| 2 | 10:00 | 17:00 |
| 3 | 13:00 | 15:00 |
| 4 | 15:00 | 16:00 |
| 5 | 16:00 | 17:00 |

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- a) 1. **Resolução e comentários:** analisando o valor das ações nos horários de compra e venda, e considerando que o melhor negócio será feito por aquele que tiver maior lucro (preço de venda – preço de compra), podemos afirmar o investidor 1 fez o melhor negócio, já que os lucros dos vendedores 1, 2, 3, 4 e 5 por ação são, respectivamente: R\$ 310,00; R\$ 50,00; R\$ 80,00; - R\$ 360,00; R\$ 100,00. Alternativa A. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

Q179/12. A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: <http://blog.bibliotecaunix.org>. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

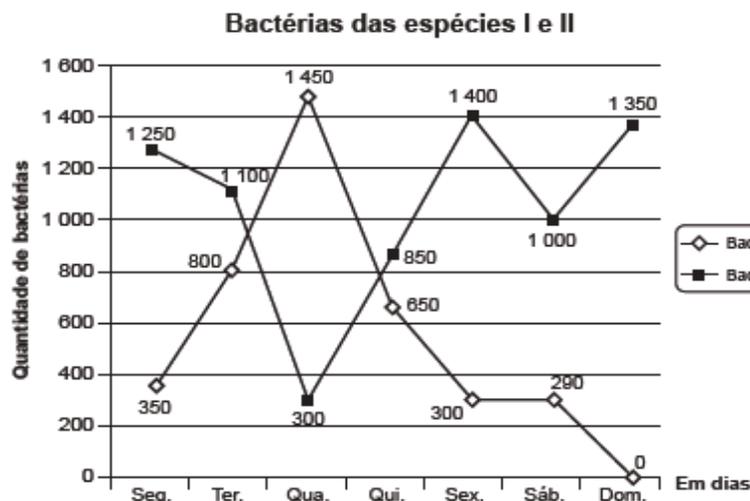
O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

- a) segunda e na terça-feira.
 b) terça e na quarta-feira.
 c) terça e na quinta-feira.
 d) quinta-feira, no sábado e no domingo.

e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

Resolução e comentários: de acordo com as informações da questão, o nível de eficiência será muito bom nos dias em que, no gráfico, a linha contínua estiver acima da linha tracejada, ou sejam, na terça-feira e na quarta-feira. Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

Q172/14. Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1.250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



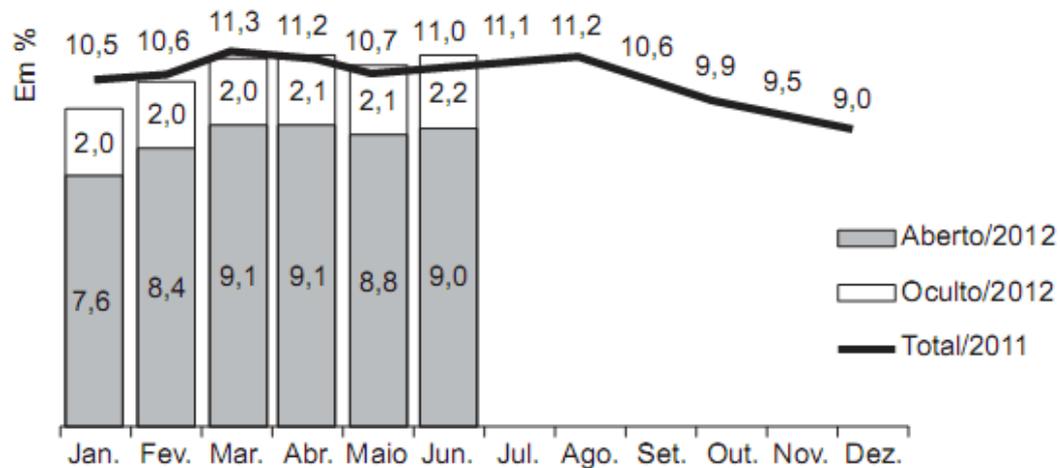
Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

- a) Terça-feira.
- b) Quarta-feira.
- c) Quinta-feira.
- d) Sexta-feira.
- e) Domingo.

Resolução e comentários: considerando o gráfico e apenas as opções de resposta, o total por dia é dado por: $800 + 1100 = 1900$ na terça-feira; $1450 + 300 = 1750$ na quarta-feira; $650 + 850 = 1500$ na quinta-feira; $300 + 1400 = 1700$ na sexta-feira; e $0 + 1350 = 1350$ no domingo. Logo, a cultura foi máxima na terça-feira. Alternativa A. Questão convencional que abrange o “OC3”.

H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

Q141/14. O gráfico apresenta as taxas de desemprego durante o ano de 2011 e o primeiro semestre de 2012 na região metropolitana de São Paulo. A taxa de desemprego total é a soma das taxas de desemprego aberto e oculto.



Suponha que a taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012 tenha sido a metade da mesma taxa em junho de 2012 e que a taxa de desemprego total em dezembro de 2012 seja igual a essa taxa em dezembro de 2011.

Disponível em: www.dieese.org.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (fragmento).

Nesse caso, a taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012 teria sido, em termos percentuais, de?

- a) 1,1.
- b) 3,5.
- c) 4,5.
- d) 6,8.
- e) 7,9.

Resolução e comentários: como a taxa de desemprego oculto em dezembro de 2012 foi a metade da mesma taxa em junho de 2012, ela foi de $2,2 : 2 = 1,1$. Como a taxa total dezembro de 2011 foi igual a de dezembro de 2012, pelo gráfico, elas foram de 9,0. Logo, a taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012 foi de $9,0 - 1,1 = 7,9$.
Alternativa E. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

Q148/14. Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$ 400.000,00, distribuídos de acordo com o gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de

funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no gráfico 2.

Distribuição da folha salarial

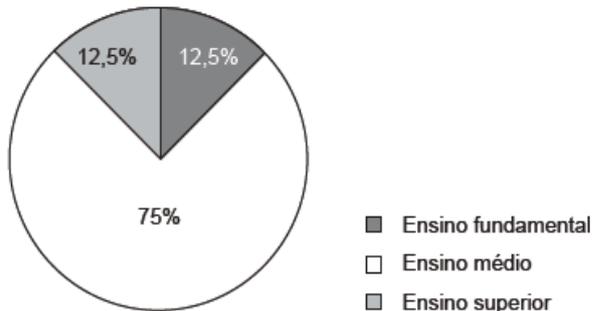


Gráfico 1

Número de funcionários por grau de instrução

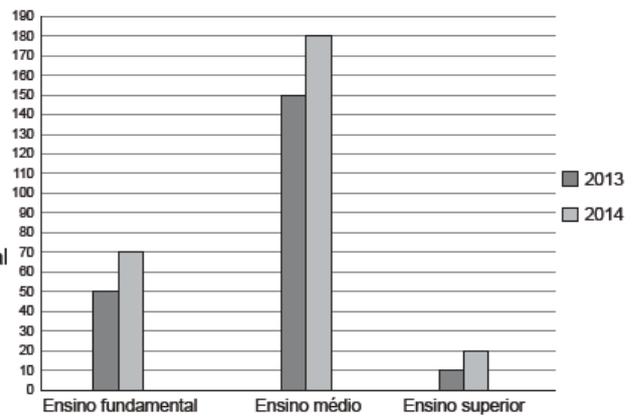


Gráfico 2

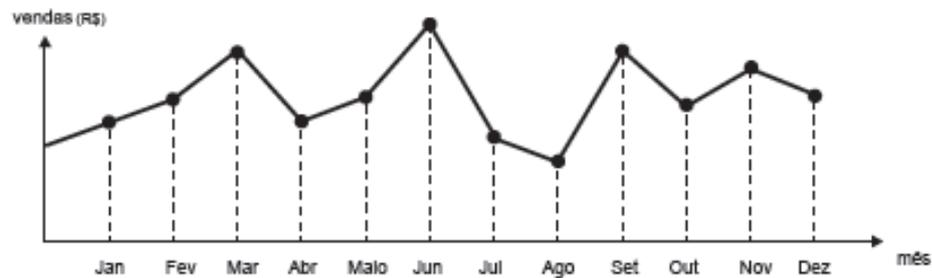
Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

- a) R\$ 114.285,00
- b) R\$ 130.000,00
- c) R\$ 160.000,00
- d) R\$ 210.000,00
- e) R\$ 213.333,00

Resolução e comentários: essa empresa gasta 400 mil reais com salários. Destes, 75% (ou seja, 300 mil) são pagos aos 150 funcionários com ensino médio (resultando em 2 mil reais por funcionário). 12,5% desses 400 mil (ou seja, 50 mil) são pagos aos 50 funcionários com ensino fundamental (resultando em 1 mil reais por funcionário). Os 12,5% restantes (ou seja, outros 50 mil) são pagos aos 10 funcionários com ensino superior (resultando em 5 mil reais por funcionário). A empresa deseja contratar 20 funcionários com ensino fundamental, 30 com ensino médio e 10 com ensino superior, sem ter que alterar seus lucros ou os salários dos funcionários. Logo, precisa aumentar sua receita em: $20 \cdot 1.000 + 30 \cdot 2.000 + 10 \cdot 5.000 = 20 \text{ mil} + 60 \text{ mil} + 50 \text{ mil} = 130 \text{ mil reais}$ (R\$ 130.000,00). Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Q136/12. O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.

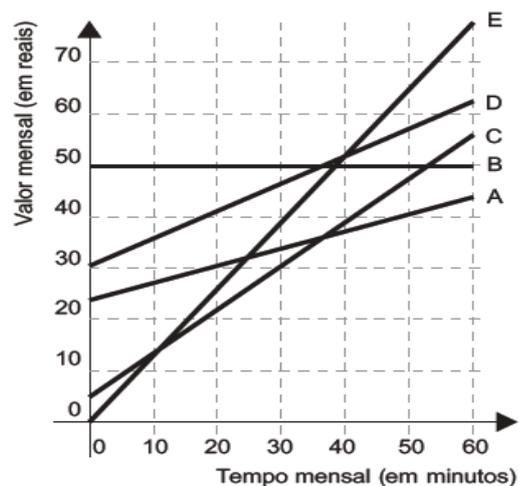


De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

- a) março e abril.
- b) março e agosto.
- c) agosto e setembro.
- d) junho e setembro.
- e) junho e agosto.

Resolução e comentários: de acordo com o gráfico, o mês com maior venda absoluta foi junho e agosto.
Alternativa E. Questão convencional que abrange o “OC3”.

Q157/14. No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês com telefone. Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

Resolução e comentários: o plano mais vantajoso na faixa de R\$ 30,00 é aquele que oferece o maior número de minutos, ou seja, que tiver maior abcissa para a ordenada 30, que é o plano C. Alternativa C.
Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

3.3.7 C7 – Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Por último, as 4 habilidades da competência de área C7, trazem questões que exploram a compreensão de fenômenos aleatórios naturais e sociais e utiliza conhecimentos de probabilidade e estatística na seleção, organização e interpretação de informações.

H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

Q166/12. Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4×4 , e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

| | 1º bimestre | 2º bimestre | 3º bimestre | 4º bimestre |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Matemática | 5,9 | 6,2 | 4,5 | 5,5 |
| Português | 6,6 | 7,1 | 6,5 | 8,4 |
| Geografia | 8,6 | 6,8 | 7,8 | 9,0 |
| História | 6,2 | 5,6 | 5,9 | 7,7 |

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

- a) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Resolução e comentários: para calcular a média de uma disciplina, cujas notas estão dispostas em linhas, deve-se somar todos os valores e dividir por 4, já que tem 4 bimestres, dispostos em 4 colunas. Logo a matriz que deve ser usada na multiplicação é do tipo 4×1 , com todas as entradas $1/4$. Alternativa E. Questão convencional que abrange o “OC3”.

Q170/14. Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

| Candidatos | Português | Matemática | Direito | Informática |
|------------|-----------|------------|---------|-------------|
| K | 33 | 33 | 33 | 34 |
| L | 32 | 39 | 33 | 34 |
| M | 35 | 35 | 36 | 34 |
| N | 24 | 37 | 40 | 35 |
| P | 36 | 16 | 26 | 41 |

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior. O candidato aprovado será

- a) K.
- b) L.
- c) M.
- d) N.
- e) P.

Resolução e comentários: as medianas são: $K \rightarrow \frac{33+33}{2} = 33$; $L \rightarrow \frac{33+34}{2} = 33,5$; $M \rightarrow \frac{35+35}{2} = 35$; $N \rightarrow \frac{37+35}{2} = 36$; $P \rightarrow \frac{36+26}{2} = 31$. Portanto, será aprovado o candidato N. Alternativa D. Questão convencional que abrange o “OC3”.

Q155/14. Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados

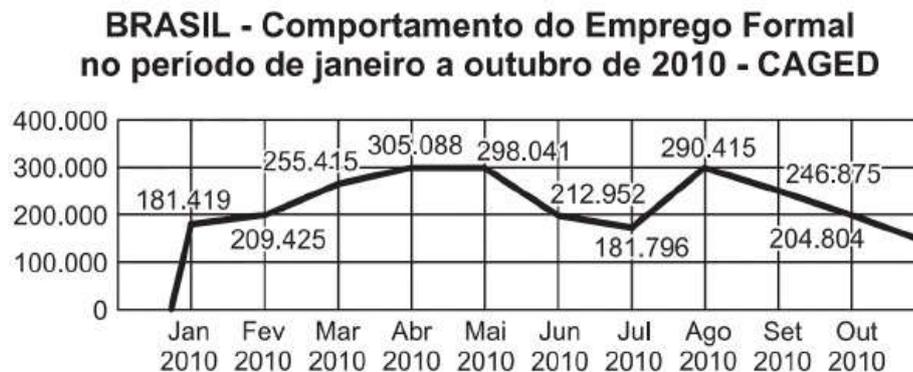
| | Reagente 1 | Reagente 2 | Reagente 3 | Reagente 4 | Reagente 5 |
|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Experimento 1 | 1 | 0 | 2 | 2 | 1 |
| Experimento 2 | 6 | 6 | 3 | 4 | 2 |
| Experimento 3 | 6 | 7 | 8 | 7 | 9 |
| Experimento 4 | 6 | 6 | 10 | 8 | 10 |
| Experimento 5 | 11 | 5 | 11 | 12 | 11 |

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

- a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

Resolução e comentários: calculando as médias dos reagentes 1, 2, 3, 4 e 5 encontra-se, respectivamente, 6; 4,8; 6,4; 6,6 e 6,6. Daí o reagente que apresentou mais resultados acima da média de seus experimentos foi o reagente 2. Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

Q160/12. O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

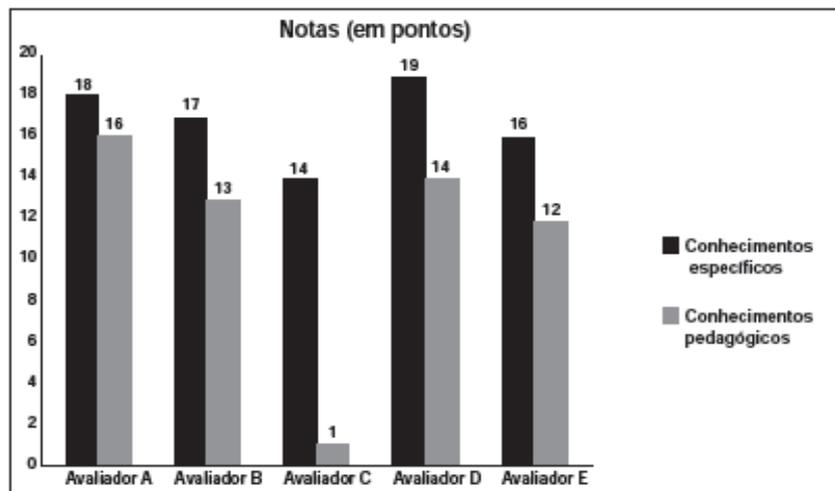
Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- a) 212 952.
b) 229 913.
c) 240 621.
d) 255 496.

Resolução e comentários: como há dez valores, a mediana será a média aritmética entre os valores que ficam na quinta e sexta posição, quando estes são dispostos em ordem crescente. Assim sendo, tais valores seriam os relativos aos meses de junho e agosto, ou seja, $\frac{212\ 952 + 246\ 875}{2} = \frac{459\ 827}{2} = 229\ 913,5$; cuja parte inteira é 229 913. Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

e) 298 041.

Q157/13. As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é

- a) 0,25 ponto maior.
- b) 1,00 ponto maior,
- c) 1,00 ponto menor.
- d) 1,25 ponto maior.
- e) 2,00 pontos menor.

Resolução e comentários: a média calculada pelo critério inicial é: $\frac{18+16+17+13+14+1+19+14+16+12}{10} = \frac{140}{10} = 14$. Já no segundo critério devemos eliminar as pontuações 19 (maior) e 1 (menor), ficando, desta forma, igual a: $\frac{18+16+17+13+14+14+16+12}{8} = \frac{120}{8} = 15$. Portanto, a nova média fica 1,00 ponto maior. Alternativa B. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

H28 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

Q156/12. Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final

de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



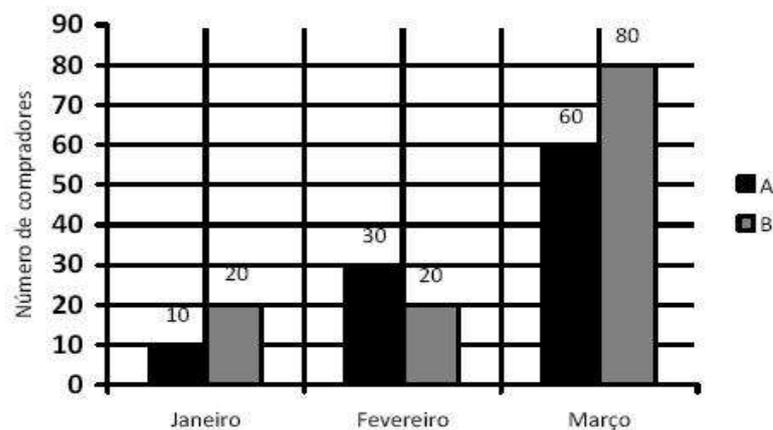
O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween". Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

- a) 0,09.
- b) 0,12.
- c) 0,14.
- d) 0,15.
- e) 0,18.

Resolução e comentários: como o sorteio será entre as pessoas que opinaram, temos que o espaço amostral é $100\% - 21\% = 79\%$. Daí, a probabilidade de ser sorteada uma pessoa que assinalou como "chato" o "Contos de Halloween" é dado por $\frac{12\%}{79\%} \cong 0,152 \cong 15\%$.

Alternativa D. Questão textualizada que abrange o "OC3".

Q141/13. Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

- a) 1/20
- b) 3/242
- c) 5/22
- d) 6/25
- e) 7/15

Resolução e comentários: trata-se de dois eventos independentes. Portanto, como a probabilidade de, entre os compradores do produto A, ser sorteado um de fevereiro é $\frac{30}{100}$ e, entre os compradores do produto B, ser sorteado um de fevereiro é $\frac{20}{120}$, temos que a probabilidade de ocorrer ambos o eventos é $\frac{30}{100} \cdot \frac{20}{120} = \frac{1}{20}$. Alternativa A. Questão convencional que abrange o “OC3”.

H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

Q159/12. José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8. Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

- a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
- b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
- c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
- d) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
- e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

Resolução e comentários: verificando as possibilidades, temos:

José (soma 7) \rightarrow (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \rightarrow 6 possibilidades;

Paulo (soma 4) \rightarrow (1,3), (2,2), (3,1) \rightarrow 3 possibilidades;

Antônio (soma 8) \rightarrow (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) \rightarrow 5 possibilidades.

Logo, apenas José tem a maior probabilidade de acerto. Alternativa D. Questão contextualizada que abrange o “OC3”.

Q175/13. Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso. Em setembro, a máquina I produziu $\frac{54}{100}$ do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, $\frac{25}{1000}$ eram defeituosos. Por sua vez, $\frac{38}{1000}$ dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II era defeituosos. O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

| | |
|--|-----------|
| $0 \leq P < \frac{2}{100}$ | Excelente |
| $\frac{2}{100} \leq P < \frac{4}{100}$ | Bom |
| $\frac{4}{100} \leq P < \frac{6}{100}$ | Regular |
| $\frac{6}{100} \leq P < \frac{8}{100}$ | Ruim |
| $\frac{8}{100} \leq P \leq 1$ | Péssimo |

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como

- a) excelente.
- b) bom.
- c) regular.
- d) ruim.
- e) péssimo

Resolução e comentários: o desempenho da máquina I é dado por $\frac{25}{1000} \cdot \frac{54}{100} = \frac{1350}{100000} = \frac{1,35}{100}$. A máquina II produziu $1 - \frac{54}{100} = \frac{46}{100}$ e seu desempenho é dado por: $\frac{38}{1000} \cdot \frac{46}{100} = \frac{1748}{100000} = \frac{1,748}{100}$. Logo, o desempenho conjunto é dado por $P = \frac{1,35}{100} + \frac{1,748}{100} = \frac{3,098}{100}$ e classificado como bom. Alternativa B. Questão contextualizada, que abrange o “OC3”.

4. ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS PROVAS DE 2012, 2013 E 2014

Este capítulo traz números acerca das edições do ENEM de 2012, 2013 e 2014, da área do conhecimento de Matemática e suas tecnologias, levantados durante a análise dos itens, no que diz respeito aos seguintes tópicos: contextualização e interdisciplinaridade, competências de área, habilidades matemáticas, eixos cognitivos e objetos do conhecimento. A maioria das informações são apresentadas em forma de gráfico, com o objetivo de facilitar o entendimento. As tabelas utilizadas para a construção de tais gráficos encontram-se no apêndice e é bem interessante que sejam visualizadas, pois elas trazem a classificação de todos os itens de Matemática das citadas edições.

É bom frisar que uma das dificuldades encontradas para a realização desta pesquisa foi, justamente, a falta de um documento oficial contendo maiores informações a respeito das edições aqui trabalhadas.

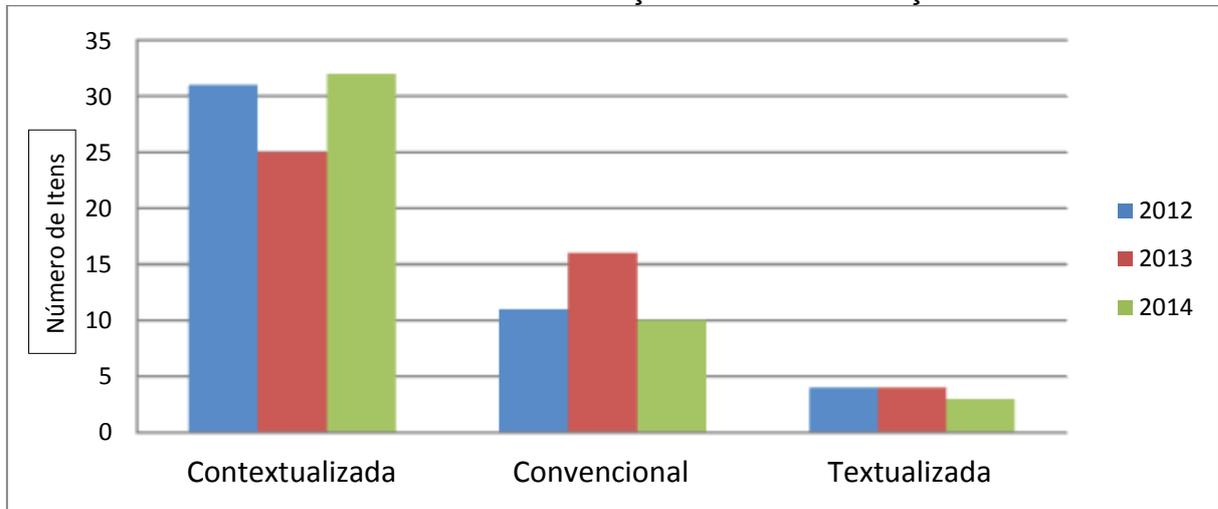
4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E INTERDISCIPLINARIDADE

A primeira vista, a maioria das questões do ENEM são contextualizadas. No entanto, como já mencionado, utilizamos como parâmetro a noção de que as questões seriam classificadas neste trabalho como contextualizadas, textualizadas ou convencionais.

Durante o processo de análise dos itens, percebeu-se que mesmo as questões classificadas como convencionais, por visarem apenas a reprodução de procedimentos rotineiros ou identificação/reconhecimento de dados e informações; ou textualizadas, que seriam aquelas que trazem informações acessórias ou contextos totalmente fora da realidade, apresentavam algum contexto. Em outras palavras, podemos dizer que o fato de a questão não ter sido classificada como contextualizada aqui neste trabalho, não significa que ela é desprovida de contexto.

O gráfico a seguir traz os resultados obtidos com a análise para cada edição do ENEM.

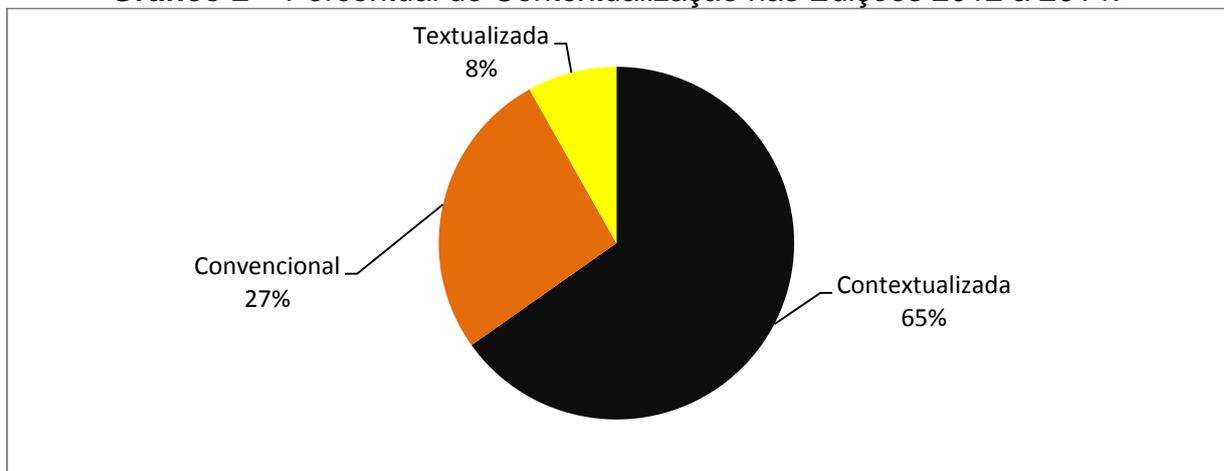
Gráfico 1 – Contextualização dos Itens X Edição.



Fonte: Elaboração do autor

O gráfico 1 mostra que há uma certa regularidade no número de questões de cada tipo nos anos de 2012 e 2014, havendo uma discrepância no ano de 2013. O percentual total das 3 edições é trazido a seguir.

Gráfico 2 – Percentual de Contextualização nas Edições 2012 a 2014.



Fonte: Elaboração do autor

É perceptível que as questões textualizadas estão cada vez mais raras nas provas de Matemática, o que é uma boa evolução em relação ao formato vigente até 2008. Era comum escutar professores aconselhando seus alunos para ler, numa questão grande, apenas a pergunta, que normalmente era trazida no final do texto. Isso fazia com que o aluno ganhasse tempo não lendo informações que

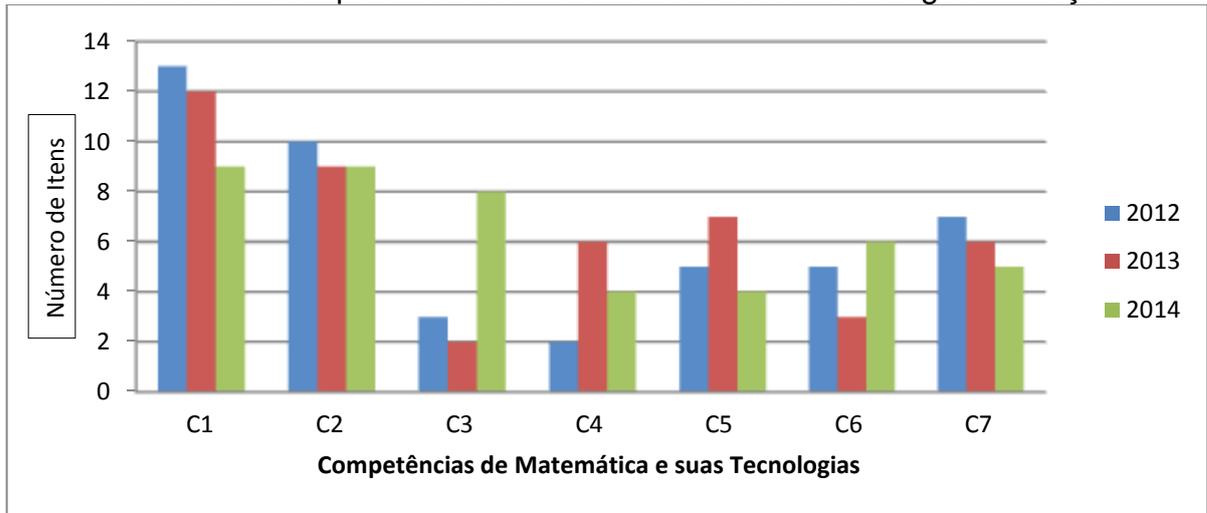
supostamente eram desnecessárias para a resolução do item. No formato atual isto não mais é válido, já que apenas 8% das questões possivelmente têm essa característica.

No que diz respeito à interdisciplinaridade, esperava-se um número maior de questões. Em cada uma das edições avaliadas foram classificadas 7 questões como interdisciplinar, ou seja, cerca de 16% da prova, totalizando 21 questões nas 3 edições. Porém, partindo do pressuposto que as provas de outras áreas do conhecimento também possam trazer questões interdisciplinares com a Matemática, entende-se que o ENEM traz um número que chega a ser satisfatório de questões interdisciplinares.

4.2 COMPETÊNCIAS DA ÁREA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Antes de serem apresentados os resultados obtidos com a classificação das competências avaliadas nos itens, é bom reforçar a ideia de que este estudo não é exato, pois uma questão pode avaliar mais de uma competência, porém aqui foi considerada apenas uma (a que julgamos mais importante para a compreensão e resolução do item). Ao mudar o critério de análise, provavelmente tem-se um resultado diferente. Isto foi percebido durante a análise de outros estudos já realizados, como por exemplo: “Análise da Abrangência da Matriz de Referência do ENEM com Relação às Habilidades Avaliadas nos Itens de Matemática Aplicados de 2009 a 2013” (Ferreira, 2014) e “Análise das questões de matemática do Novo ENEM (2009 à 2012): reflexões para professores de matemática” (Rodrigues, 2013).

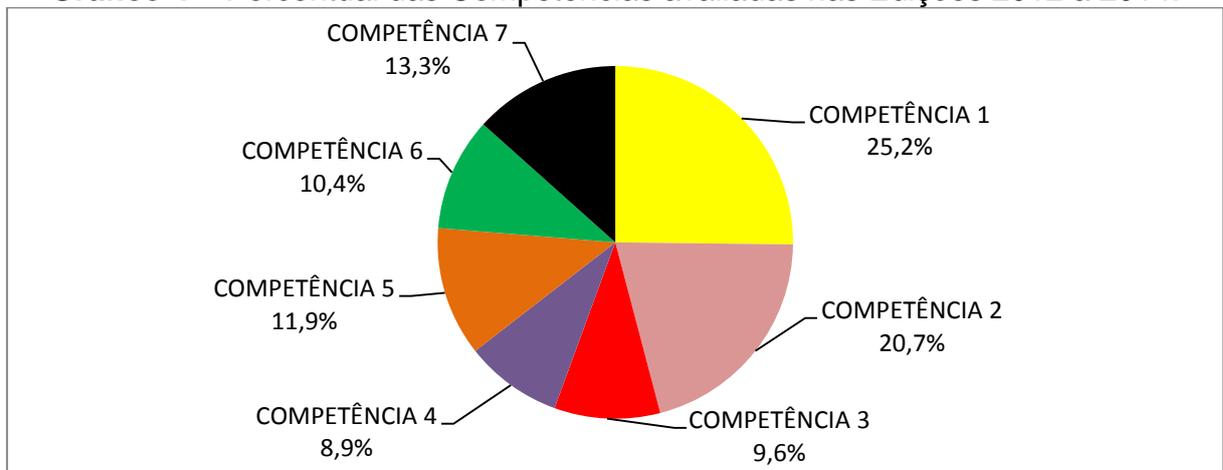
É sabido que cada prova do Novo ENEM é composta por 45 itens. No caso específico de Matemática e suas Tecnologias, temos sete competências de área. No início do trabalho, esperava-se ter uma distribuição uniforme da quantidade de itens por competência, ou seja, cada competência sendo avaliada 6 ou 7 vezes. No entanto, verifica-se um resultado bem diferente. Na edição de 2012, por exemplo, 13 itens foram classificados como sendo da competência C1, enquanto que 2 itens apenas foram considerados pertencentes à competência C4. Observe:

Gráfico 3 – Competências de Matemática e suas Tecnologias X Edição.

Fonte: Elaboração do autor

Avaliando o resultado percebe-se que a competência de área 1 (C1) – “construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais” é a mais presente em cada uma das 3 edições, o que é fácil de se entender, pois boa parte dos objetos do conhecimento cobrados no ENEM são conteúdos ministrados no ensino fundamental, e esta competência em sua maioria está associada a estes conteúdos.

É perceptível também a maior regularidade da edição de 2014, sem grandes diferenças no número de itens em cada competência. A seguir, pode-se ver de forma mais global estes resultados.

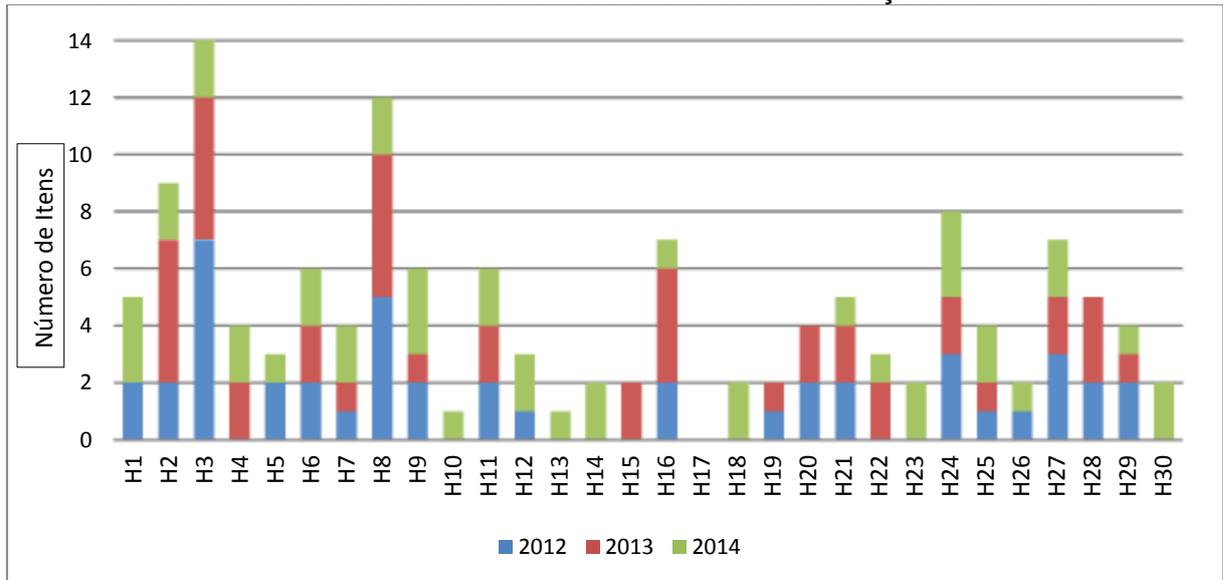
Gráfico 4 – Percentual das Competências avaliadas nas Edições 2012 a 2014.

Fonte: Elaboração do autor

Algo que chamou atenção foi a semelhança, no que diz respeito ao tipo de questão, entre as competências C3: “construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”; e C4: “construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”. Durante a classificação dos itens, foi comum haver dúvidas quanto a classificação em tais competências. Por exemplo, ao considerar que um item compõe o eixo cognitivo “domínio de linguagens” ele pode pertencer à competência C3, portanto H10: “identificar relações entre grandezas e unidades de medida” ou à C4, logo H15: “identificar a relação de dependência entre grandezas”. Talvez fosse possível organizar as habilidades existentes para que as duas competências se unificassem. Supondo essa unificação, o percentual de itens da união destas seria de 18,5%, o que seria um valor próximo da média das outras competências.

4.3 HABILIDADES E EIXOS COGNITIVOS

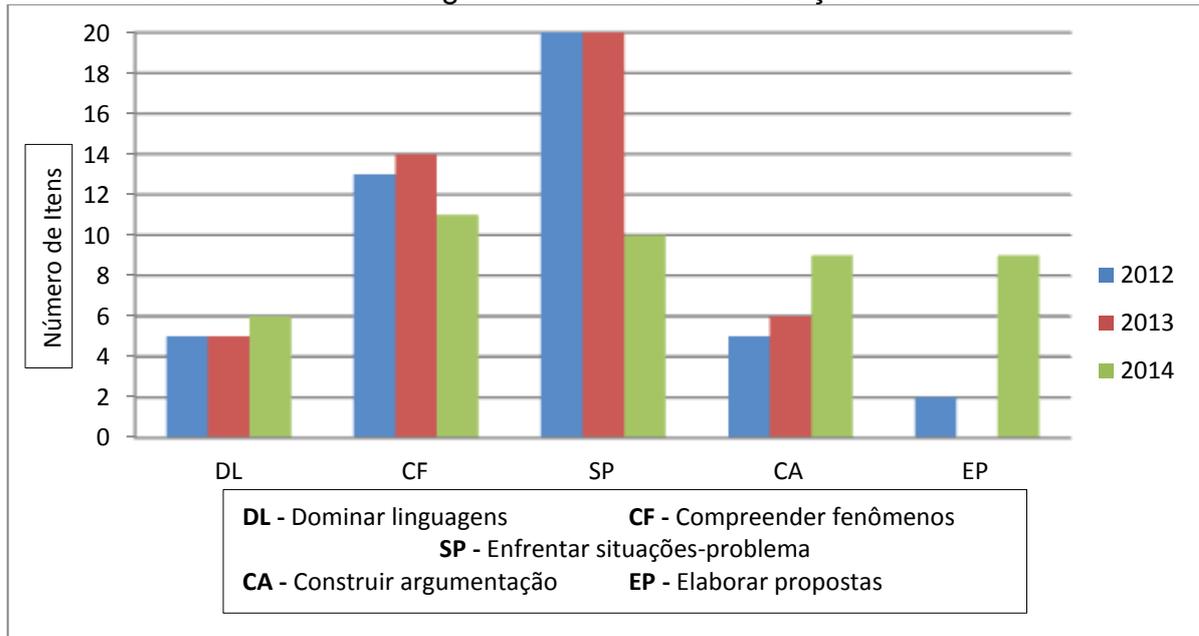
É plausível imaginar que na análise dos itens por competências e habilidades, em cada edição do Novo ENEM, há questões de todas as trinta habilidades, sendo que algumas são avaliadas mais de uma vez, para poder compor as quarenta e cinco questões. Ainda do fato da versão vigente até 2008 ter essa característica prevista nas orientações do INEP: eram 21 habilidades e todas eram testadas três vezes. O fato é que nas edições estudadas, foi considerado que nenhuma delas trouxe questões pertinentes a todas as habilidades, como também a habilidade H17, por exemplo, não foi verificada em nenhuma das 3 edições. Isto passou a ser possível de acontecer, pois não há nenhuma orientação do INEP no que diz respeito a distribuição dos itens pelas competências e habilidades. O gráfico a seguir ilustra os resultados obtidos.

Gráfico 5 – Habilidades Matemáticas avaliadas nas Edições 2012 a 2014.

Fonte: Elaboração do autor

A edição de 2014, mais uma vez, apresenta-se de forma mais uniforme: ela traz itens avaliando um total de 25 das 30 habilidades, enquanto que, em 2012, temos 20 habilidades sendo testadas e 19, em 2013. Outro fato que torna a edição 2014 mais uniforme, é que as habilidades que foram mais vezes testadas apareceram em 3 itens diferentes, já em 2012 a habilidade H3 apareceu em 7 itens distintos, por exemplo.

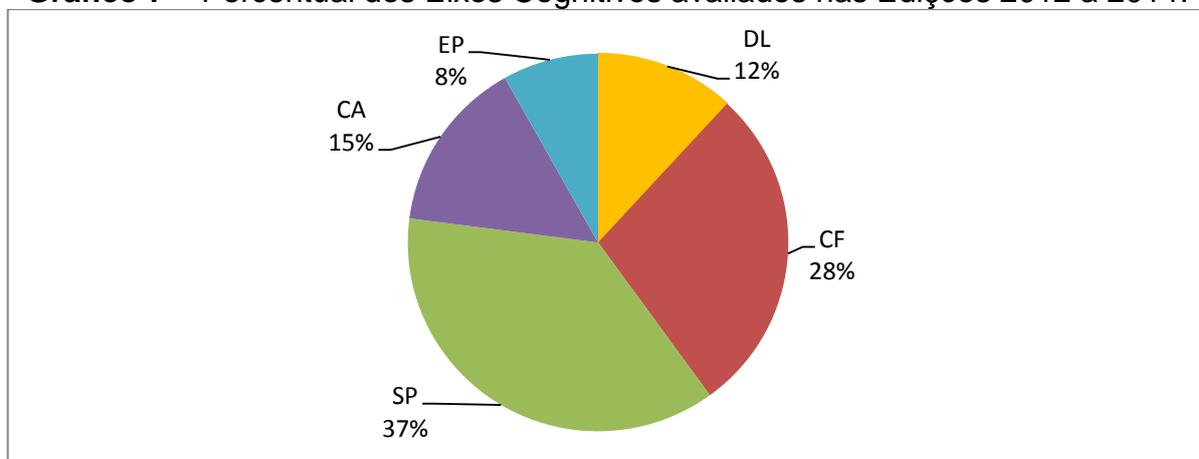
As habilidades que avaliam o eixo cognitivo enfrentamento e resolução de situações-problema (SP) são as que mais aparecem na prova até mesmo pelo fato de que resolver uma questão de Matemática, geralmente, é enfrentar e resolver uma situação-problema. Assim, quando um item se encaixa em outro eixo cognitivo que não seja o “SP”, ele foi classificado neste outro eixo. Os resultados obtidos na análise dos eixos cognitivos podem ser observados no gráfico a seguir.

Gráfico 6 – Eixos Cognitivos avaliados nas Edições 2012 a 2014.

Fonte: Elaboração do autor

Analisando o gráfico, pode-se observar que a edição de 2014 se apresenta novamente de forma mais uniforme. O fato de não se ter observado nenhuma questão na prova de 2013 trazendo habilidades do eixo cognitivo EP merece destaque. Um dos possíveis motivos para este fato se dá da tarefa não muito simples em elaborar um item objetivo, nos moldes do BNI, para avaliar este eixo cognitivo.

Os percentuais mostrados a seguir facilitam o entendimento e ilustram uma visão mais global das três edições avaliadas no que tange os eixos cognitivos.

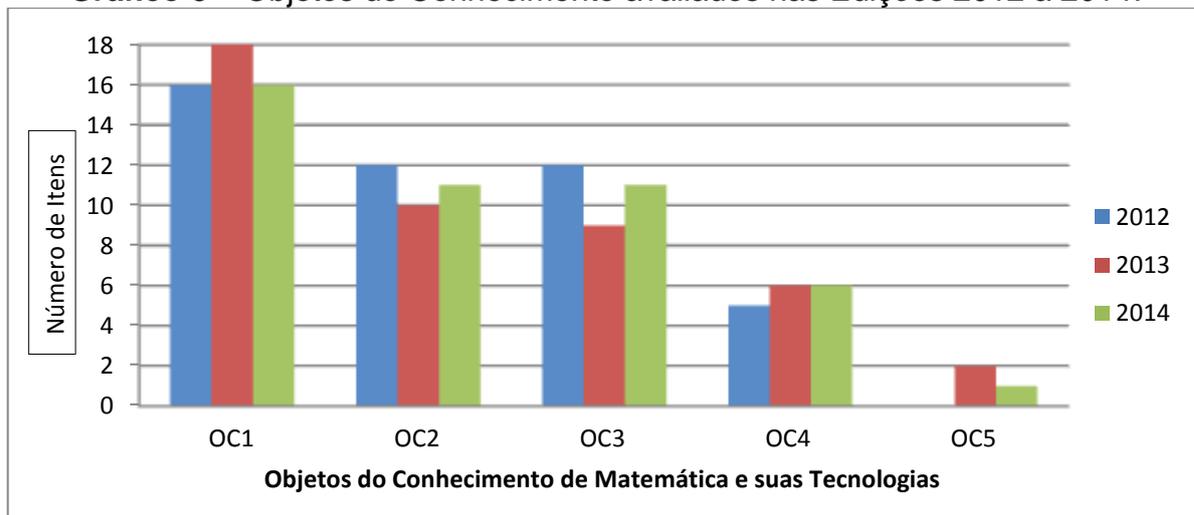
Gráfico 7 – Percentual dos Eixos Cognitivos avaliados nas Edições 2012 a 2014.

Fonte: Elaboração do autor

4.4 OBJETOS DO CONHECIMENTO

Na análise dos objetos do conhecimento foi constatado o que se presumiu: o Exame Nacional do Ensino Médio é composto em sua grande maioria por questões que tratam de conteúdos do Ensino Fundamental. De certa forma, a dificuldade do conteúdo é inversamente proporcional a quantidade de vezes que ele é cobrado, em outras palavras, questões com conteúdos tidos como mais difíceis, mesmo que previstos na matriz de referenciado exame, são raras nas provas. Os dados obtidos estão apresentados a seguir.

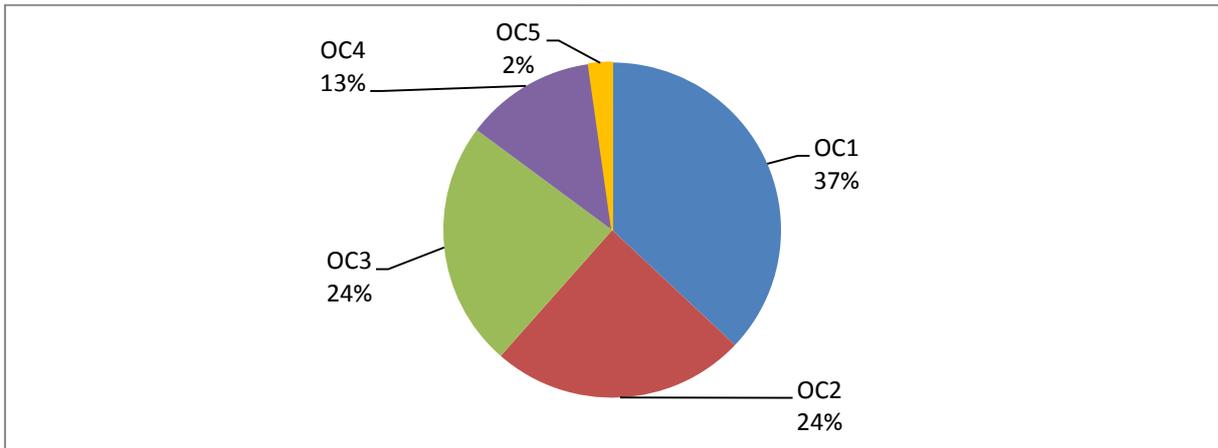
Gráfico 8 – Objetos do Conhecimento avaliados nas Edições 2012 a 2014.



Fonte: Elaboração do autor

Comparando por edição, há certa padronização e todas as três edições trazem números próximos. O que não acontece se formos comparar por objetos do conhecimento. Por exemplo, nas três edições, das 135 questões, 50 foram atribuídas ao OC1, que é composto, em sua quase totalidade, por conteúdos do ensino fundamental, enquanto apenas 3 questões foram atribuídas ao OC5, que é composto apenas por conteúdos do ensino médio. É uma diferença muito grande e sem motivo aparente. Pode se observar no gráfico a seguir o percentual dos objetos do conhecimento nas edições do ENEM em estudo.

Gráfico 9 – Percentual dos Objetos do Conhecimento avaliados nas Edições 2012 a 2014.



Fonte: Elaboração do autor

Pode-se associar, com raras exceções, os objetos do conhecimento OC1, OC2 e OC3 a conteúdos ministrados no Ensino Fundamental, enquanto que os Objetos OC4 e OC5 a conteúdos do Ensino Médio. Assim, de acordo com o gráfico 9, tem-se que 85% das questões de Matemática e suas Tecnologias das edições de 2012, 2013 e 2014 são pertinentes a conteúdos do Ensino Fundamental, contra 15% de conteúdos do Ensino Médio.

A prova do ENEM ficará bem mais interessante caso o INEP consiga balancear melhor a divisão de conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio. Em contrapartida, fazendo isso provavelmente haverá reduções nas notas dos participantes, o que implicaria dados negativos para a educação e isso certamente impede tal mudança, pois com certeza a maioria dos professores que compõem a banca de elaboração da prova de Matemática e suas Tecnologias não de convir que é contraditório o Exame Nacional do Ensino Médio não examinar de fato questões pertinentes ao Ensino Médio.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como pôde ser visto, esta pesquisa evidenciou que, o ENEM se constitui numa prova muito bem elaborada. Algumas qualidades e pontos positivos foram elencados no que diz respeito a avaliação propriamente dita:

- desde a sua elaboração, que é baseada numa matriz de referência baseada em competências e habilidades;
- as questões bem elaboradas, retiradas do BNI, que passam por testes antes de serem validadas;
- a prova em si, que consegue atingir seus objetivos, ressaltando o pensamento e não a memorização dos conteúdos;
- e chegando ao seu resultado da prova que é calculado de forma muito eficiente pela TRI, chegando o mais próximo possível de um resultado justo, já que “penaliza” acertos casuais e beneficia os alunos que mostram um conhecimento coerente, além de permitir uma melhor comparação dos resultados obtidos entre as edições.

Contudo, sempre há muito por fazer e com o ENEM não é diferente. A falta de alguns conteúdos inerentes à construção do conhecimento básico que faltam na matriz de referência de Matemática e suas Tecnologias, como matrizes, por exemplo, ou mesmo que se fazem presentes mas não costumam ser cobrados, é um ponto muito negativo no exame e que deve ser corrigido, já que não é necessário dispensar grandes esforços para isto.

Outro ponto dificultou a análise do ENEM foi a falta de um documento oficial do INEP em que se revela os dados da prova, como a escala de proficiência e as habilidades e competências exigidas em cada questão. Estes tipos de informações, eram trazidas em “Relatórios Pedagógicos”, porém o último destes foi divulgado para o biênio 2009-2010. Portanto ao fim da pesquisa, é bom ressaltar a importância deste estudo, pois, na falta de um documento oficial, quanto maior for o número de trabalhos como este melhor para a execução da prática docente.

Pode-se destacar um número considerável de questões pertinentes à mesma habilidade. Estas são previsíveis, pois, em alguns casos, são bastante semelhantes. Portanto os docentes, na tentativa de melhorar o desempenho de seus alunos no exame, passando a trabalhar questões semelhantes as aqui listadas, tem maior possibilidade de que seus alunos encontrem questões análogas durante a realização do exame, conseqüentemente, é possível um aumento de suas proficiências em Matemática.

É importante que trabalhos como este aconteçam até mesmo em outras áreas do conhecimento. Como prosseguimento deste estudo, espera-se que ocorram mais pesquisas deste tipo, pois esta análise deve estar em constante atualização e renovação, servindo de referência tanto para os que vão realizar o ENEM, como para os docentes, que devem estar sempre em busca de uma formação continuada.

REFERÊNCIAS

- [1] BRASIL. Ministério da Defesa. Departamento de Educação e Cultura do Exército. Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial. *Plano de Sequências Didáticas. Área: Matemática e suas Tecnologias*. 2014. Rio de Janeiro: MD/DECEX/DEPA.
- [2] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2012b) *Entenda a sua Nota no ENEM: guia do participante*. Brasília: INEP/MEC.
- [3] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 2003. *Guia para elaboração de itens de Língua Portuguesa*. Brasília: INEP/MEC.
- [4] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2009c) *Proposta à Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior*. Brasília: INEP/MEC.
- [5] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2009a) *Matriz de Referência para o ENEM 2009*. Brasília: INEP/MEC.
- [6] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2012b) *Guia do Participante: Entenda a sua Nota no ENEM*. Brasília: INEP/MEC.
- [7] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 2013. *Exame Nacional do Ensino Médio (Enem): relatório pedagógico 2009-2010*. Brasília: INEP/MEC.
- [8] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 1999. *ENEM, documento básico*. Brasília: INEP/MEC.
- [9] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 2012. *Interpretação Pedagógica das Escalas de Proficiência Exame Nacional do Ensino Médio – Enem*. Brasília: INEP/MEC.
- [10] BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. [201-]. *NOTA TÉCNICA. Teoria de Resposta ao Item*. Brasília: INEP/MEC.

- [11] CAVALCANTI, M. *Vinte dicas para dominar as modernas práticas pedagógicas*. Disponível em: <http://revistaescola.abril.uol.com.br/edicoes/0188/aberto/mt_105133.shtml#topo>. Acesso em: 24 maio 2008.
- [12] COLLING, A. P. S.; SGANZERLA, M. A. R.; GELLER, M. *A matemática do ensino médio e o novo Enem: um estudo de caso em uma escola da região metropolitana de Porto Alegre/RS*. In: Congresso Internacional de Ensino da Matemática, VI, 2013. Canoas. Canoas: ULBRA. 2013.
- [13] DELEPRANI, Márcio. *As provas de matemática do Enem: conteúdos, dificuldades e influências para o currículo do ensino médio*. 167 f. Dissertação (mestrado em ensino de Ciências na Educação Básica) – UNIGRANRIO. Rio de Janeiro.
- [14] FERNANDES, Susana da Silva. *A contextualização no ensino de matemática – um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do distrito federal*. [S.l.: s.n], [197-].
- [15] FERREIRA, Edson Martins. *Análise da Abrangência da Matriz de Referência do ENEM com Relação às Habilidades Avaliadas nos Itens de Matemática Aplicados de 2009 a 2013*. 2014. 63f. Dissertação (mestrado PROFMAT) – UnB. Brasília.
- [16] FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. *Metadados do INEP – ENEM*. Disponível em <<http://ces.ibge.gov.br/base-dados/metadados/inep/exame-nacional-do-ensino-medio-enem>> Acesso em 02 mar. 2015.
- [17] LOPES, A. C.; LÓPEZ, S. B. *A performatividade nas políticas de currículo: o caso do ENEM*. Educação em Revista, v.26, n.01, p.89-110, abr. 2010.
- [18] MAGGI, Lectícia. *Raio-x do Enem: os conteúdos mais cobrados desde 2009*. Disponível em <<http://veja.abril.com.br/noticia/educacao/raio-x-do-enem-os-conteudos-mais-cobrados-desde-2009>> Acesso em: 05 mar. 2015.
- [19] MARQUES, Ricardo. O ensino apenas continua ruim. *Revista Educação*, v.10, n.119, p. 56, 2007
- [20] MUNDO ESTRANHO. Como é elaborada a prova do Enem?. Disponível em <<http://mundoestranho.abril.com.br/materia/como-e-elaborada-a-prova-do-enem>> Acesso em: 27 abr. 2015.

- [21] MUNDO VESTIBULAR. *Saiba como são elaboradas as provas do ENEM!*. Disponível em <<http://www.mundovestibular.com.br/articles/16791/1/Saiba-como-sao-elaboradas-as-provas-do-ENEM/Paacutegina1.html>> Acesso em: 27 abr. 2015.
- [22] PINTO, F. C. F.; LETICHEVSKY A. C.; GOMES, S. C. *O ENEM em síntese: Propostas Teóricas e Desdobramentos*. Ensaio: aval. pol. Públ. Educ., Rio de Janeiro, v.11, n. 40, p. 261-282, jul./set. 2003.
- [23] PRADO, Mateus. *CÁLCULO DA NOTA ENEM: A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM (TRI) E A COERÊNCIA PEDAGÓGICA*. Disponível em <<http://educacao.estadao.com.br/blogs/mateus-prado/wp-content/uploads/sites/87/2014/07/IMG-Simula%C3%A7%C3%A3o-TRI-MAT20123.png>> Acesso em: 05 abr. 2015.
- [24] QUINALIA, C. L. et al. *Política pública de educação uma análise do ENEM: exame nacional do ensino médio no Distrito Federal**. Universitas/JUS, v. 24, n. 1, p. 61-78, jan./jun. 2013.
- [25] RABELO, M. L. (2013a). *Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- [26] RODRIGUES, M. U. (2013). *Análise das questões de matemática do novo ENEM (2009 à 2012): reflexões para professores de matemática*. Curitiba: SBEM, 2013.
- [27] SILVA, Fábio Souza da. Revista Episteme Transversalis. *O Enem e a interdisciplinaridade no ensino da matemática*. Nova Iguaçu, v.1, n.1. 2010.

APÊNDICE A – ANÁLISE DA EDIÇÃO DO ENEM 2012 (CADERNO CINZA)

| Questão | Competência de área | Habilidade matemática | Objeto do conhecimento | Eixo cognitivo | Tipo de questão | Questão interdisciplinar |
|---------|---------------------|-----------------------|------------------------|----------------|-----------------|--------------------------|
| 136 | 06 | 26 | 03 | CA | Convencional | Não |
| 137 | 02 | 07 | 02 | CF | Convencional | Não |
| 138 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 139 | 06 | 24 | 03 | CF | Contextualizada | Sim |
| 140 | 06 | 25 | 03 | SP | Convencional | Não |
| 141 | 05 | 20 | 04 | CF | Contextualizada | Não |
| 142 | 02 | 06 | 02 | DL | Convencional | Não |
| 143 | 05 | 19 | 04 | DL | Contextualizada | Não |
| 144 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 145 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 146 | 03 | 11 | 02 | CF | Convencional | Não |
| 147 | 07 | 29 | 03 | CA | Contextualizada | Não |
| 148 | 01 | 03 | 01 | SP | Textualizada | Não |
| 149 | 01 | 03 | 01 | SP | Convencional | Não |
| 150 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 151 | 02 | 09 | 02 | CA | Contextualizada | Não |
| 152 | 02 | 08 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 153 | 03 | 11 | 02 | CF | Contextualizada | Não |
| 154 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 155 | 05 | 21 | 04 | SP | Contextualizada | Não |
| 156 | 07 | 28 | 03 | SP | Textualizada | Não |
| 157 | 07 | 28 | 03 | SP | Contextualizada | Não |
| 158 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 159 | 07 | 29 | 03 | CA | Contextualizada | Não |
| 160 | 07 | 27 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 161 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Sim |
| 162 | 02 | 08 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 163 | 02 | 06 | 02 | DL | Contextualizada | Não |
| 164 | 02 | 09 | 02 | CA | Contextualizada | Não |
| 165 | 05 | 21 | 04 | SP | Contextualizada | Sim |
| 166 | 07 | 27 | 03 | CF | Convencional | Não |
| 167 | 05 | 20 | 04 | CF | Contextualizada | Sim |
| 168 | 03 | 12 | 01 | SP | Textualizada | Sim |
| 169 | 01 | 05 | 01 | EP | Contextualizada | Não |
| 170 | 02 | 08 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 171 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 172 | 04 | 16 | 01 | SP | Contextualizada | Sim |
| 173 | 01 | 01 | 01 | DL | Textualizada | Não |
| 174 | 01 | 05 | 01 | EP | Contextualizada | Não |
| 175 | 07 | 27 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 176 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Sim |
| 177 | 01 | 01 | 01 | DL | Contextualizada | Não |
| 178 | 06 | 24 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 179 | 06 | 24 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 180 | 04 | 16 | 01 | SP | Convencional | Não |

APÊNDICE B – ANÁLISE DA EDIÇÃO DO ENEM 2013 (CADERNO AMARELO)

| Questão | Competência | Habilidade matemática | Objeto do conhecimento | Eixo cognitivo | Tipo de questão | Questão interdisciplinar |
|---------|-------------|-----------------------|------------------------|----------------|-----------------|--------------------------|
| 136 | 05 | 22 | 04 | CA | Convencional | Não |
| 137 | 04 | 16 | 01 | SP | Contextualizada | Sim |
| 138 | 05 | 20 | 04 | CF | Contextualizada | Sim |
| 139 | 06 | 25 | 03 | SP | Textualizada | Sim |
| 140 | 04 | 16 | 01 | SP | Convencional | Não |
| 141 | 07 | 28 | 03 | SP | Convencional | Não |
| 142 | 05 | 20 | 04 | CF | Convencional | Não |
| 143 | 04 | 16 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 144 | 05 | 22 | 02 | CA | Convencional | Não |
| 145 | 02 | 09 | 02 | CA | Convencional | Não |
| 146 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 147 | 04 | 16 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 148 | 07 | 28 | 03 | SP | Contextualizada | Não |
| 149 | 06 | 24 | 03 | CF | Convencional | Não |
| 150 | 07 | 27 | 03 | CF | Convencional | Não |
| 151 | 01 | 04 | 01 | CA | Contextualizada | Não |
| 152 | 01 | 04 | 01 | CA | Convencional | Não |
| 153 | 01 | 03 | 01 | SP | Textualizada | Não |
| 154 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 155 | 07 | 28 | 03 | SP | Contextualizada | Não |
| 156 | 02 | 08 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 157 | 07 | 27 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 158 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 159 | 04 | 15 | 01 | DL | Convencional | Não |
| 160 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 161 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 162 | 05 | 21 | 04 | SP | Contextualizada | Sim |
| 163 | 04 | 15 | 01 | DL | Contextualizada | Não |
| 164 | 05 | 19 | 04 | DL | Contextualizada | Não |
| 165 | 05 | 21 | 04 | SP | Contextualizada | Sim |
| 166 | 01 | 02 | 05 | CF | Contextualizada | Sim |
| 167 | 03 | 11 | 01 | CF | Convencional | Não |
| 168 | 02 | 06 | 05 | DL | Textualizada | Não |
| 169 | 02 | 07 | 02 | CF | Convencional | Não |
| 170 | 06 | 24 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 171 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 172 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 173 | 02 | 06 | 02 | DL | Textualizada | Não |
| 174 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Sim |
| 175 | 07 | 29 | 03 | CA | Contextualizada | Não |
| 176 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 177 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 178 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 179 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 180 | 03 | 11 | 02 | CF | Contextualizada | Não |

APÊNDICE C – ANÁLISE DA EDIÇÃO DO ENEM 2014 (CADERNO AMARELO)

| Questão | Competência | Habilidade matemática | Objeto do conhecimento | Eixo cognitivo | Tipo de questão | Questão interdisciplinar |
|---------|-------------|-----------------------|------------------------|----------------|-----------------|--------------------------|
| 136 | 03 | 11 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 137 | 02 | 07 | 02 | CF | Contextualizada | Não |
| 138 | 01 | 03 | 01 | SP | Convencional | Não |
| 139 | 02 | 06 | 04 | DL | Convencional | Não |
| 140 | 02 | 09 | 02 | CA | Convencional | Não |
| 141 | 06 | 25 | 03 | SP | Contextualizada | Não |
| 142 | 06 | 24 | 01 | CF | Contextualizada | Sim |
| 143 | 06 | 24 | 03 | CF | Contextualizada | Não |
| 144 | 01 | 03 | 01 | SP | Contextualizada | Não |
| 145 | 05 | 22 | 04 | CA | Contextualizada | Não |
| 146 | 02 | 09 | 02 | CA | Convencional | Não |
| 147 | 04 | 18 | 01 | EP | Contextualizada | Sim |
| 148 | 06 | 25 | 03 | SP | Contextualizada | Não |
| 149 | 03 | 13 | 01 | CA | Contextualizada | Não |
| 150 | 07 | 29 | 03 | CA | Contextualizada | Não |
| 151 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 152 | 07 | 30 | 03 | EP | Contextualizada | Não |
| 153 | 04 | 18 | 01 | EP | Contextualizada | Sim |
| 154 | 02 | 06 | 02 | DL | Textualizada | Não |
| 155 | 07 | 27 | 03 | CF | Contextualizada | Sim |
| 156 | 05 | 23 | 04 | EP | Contextualizada | Não |
| 157 | 06 | 26 | 03 | CA | Contextualizada | Não |
| 158 | 03 | 12 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 159 | 01 | 04 | 01 | CA | Contextualizada | Sim |
| 160 | 03 | 11 | 02 | CF | Convencional | Não |
| 161 | 07 | 30 | 03 | EP | Contextualizada | Não |
| 162 | 01 | 04 | 03 | CA | Contextualizada | Não |
| 163 | 02 | 08 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 164 | 05 | 23 | 04 | EP | Convencional | Não |
| 165 | 01 | 01 | 01 | DL | Textualizada | Não |
| 166 | 02 | 08 | 02 | SP | Convencional | Não |
| 167 | 02 | 07 | 05 | CF | Contextualizada | Não |
| 168 | 02 | 09 | 02 | CA | Contextualizada | Não |
| 169 | 01 | 05 | 01 | EP | Contextualizada | Sim |
| 170 | 07 | 27 | 03 | CF | Convencional | Não |
| 171 | 03 | 12 | 02 | SP | Contextualizada | Não |
| 172 | 06 | 24 | 03 | CF | Convencional | Não |
| 173 | 04 | 16 | 04 | SP | Convencional | Não |
| 174 | 03 | 14 | 01 | EP | Contextualizada | Não |
| 175 | 05 | 21 | 04 | SP | Contextualizada | Não |
| 176 | 01 | 02 | 01 | CF | Contextualizada | Não |
| 177 | 01 | 01 | 01 | DL | Contextualizada | Sim |
| 178 | 03 | 10 | 02 | DL | Textualizada | Não |
| 179 | 03 | 14 | 01 | EP | Contextualizada | Não |
| 180 | 04 | 01 | 01 | DL | Contextualizada | Não |

APÊNDICE D – TABELA DO NÚMERO DE QUESTÕES POR TIPO/EDIÇÃO

| | EDIÇÃO 2012 | EDIÇÃO 2013 | EDIÇÃO 2014 | TOTAL |
|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| Contextualizada | 31 | 25 | 32 | 88 |
| Convencional | 10 | 16 | 10 | 36 |
| Textualizada | 4 | 4 | 3 | 11 |

**APÊNDICE E – TABELA DO NÚMERO DE QUESTÕES POR
COMPETÊNCIA/EDIÇÃO**

| | EDIÇÃO 2012 | EDIÇÃO 2013 | EDIÇÃO 2014 | TOTAL |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| C1 | 13 | 12 | 9 | 34 |
| C2 | 10 | 9 | 9 | 28 |
| C3 | 3 | 2 | 8 | 13 |
| C4 | 2 | 6 | 4 | 12 |
| C5 | 5 | 7 | 4 | 16 |
| C6 | 5 | 3 | 6 | 14 |
| C7 | 7 | 6 | 5 | 18 |

**APÊNDICE F – TABELA DO NÚMERO DE QUESTÕES POR
HABILIDADE/EDIÇÃO**

| | EDIÇÃO 2012 | EDIÇÃO 2013 | EDIÇÃO 2014 | TOTAL | | EDIÇÃO 2012 | EDIÇÃO 2013 | EDIÇÃO 2014 | TOTAL |
|------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------------|------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------------|
| H1 | 2 | 0 | 3 | 5 | H16 | 2 | 4 | 1 | 7 |
| H2 | 2 | 5 | 2 | 9 | H17 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| H3 | 7 | 5 | 2 | 14 | H18 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| H4 | 0 | 2 | 2 | 4 | H19 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| H5 | 2 | 0 | 1 | 3 | H20 | 2 | 2 | 0 | 4 |
| H6 | 2 | 2 | 2 | 6 | H21 | 2 | 2 | 1 | 5 |
| H7 | 1 | 1 | 2 | 4 | H22 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| H8 | 5 | 5 | 2 | 12 | H23 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| H9 | 2 | 1 | 3 | 6 | H24 | 3 | 2 | 3 | 8 |
| H10 | 0 | 0 | 1 | 1 | H25 | 1 | 1 | 2 | 4 |
| H11 | 2 | 2 | 2 | 6 | H26 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| H12 | 1 | 0 | 2 | 3 | H27 | 3 | 2 | 2 | 7 |
| H13 | 0 | 0 | 1 | 1 | H28 | 2 | 3 | 0 | 5 |
| H14 | 0 | 0 | 2 | 2 | H29 | 2 | 1 | 1 | 4 |
| H15 | 0 | 2 | 0 | 2 | H30 | 0 | 0 | 2 | 2 |

**APÊNDICE G – TABELA DO NÚMERO DE QUESTÕES POR EIXO
COGNITIVO/EDIÇÃO**

| | EDIÇÃO 2012 | EDIÇÃO 2013 | EDIÇÃO 2014 | TOTAL |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|--------------|
| DOMINAR LINGUAGENS | 5 | 5 | 6 | 16 |
| COMPREENDER FENÔMENOS | 13 | 14 | 11 | 38 |
| ENFRENTAR SITUAÇÕES- PROBLEMA | 20 | 20 | 10 | 50 |
| CONSTRUIR ARGUMENTAÇÃO | 5 | 6 | 9 | 20 |
| ELABORAR PROPOSTAS | 2 | 0 | 9 | 11 |

**APÊNDICE H – TABELA DO NÚMERO DE QUESTÕES POR OBJETO DO
CONHECIMENTO/EDIÇÃO**

| | EDIÇÃO 2012 | EDIÇÃO 2013 | EDIÇÃO 2014 | TOTAL |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|--------------|
| CONHECIMENTOS NUMÉRICOS | 16 | 18 | 16 | 50 |
| CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS | 12 | 10 | 11 | 33 |
| CONHECIMENTOS DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE | 12 | 9 | 11 | 32 |
| CONHECIMENTOS ALGÉBRICOS | 5 | 6 | 6 | 17 |
| CONHECIMENTOS ALGÉBRICOS/GEOMÉTRICOS | 0 | 2 | 1 | 3 |