UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Debora Simone Ferreira de Queiroz Araujo

Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II

RECIFE
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Debora Simone Ferreira de Queiroz Araujo

Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Anete Soares Cavalcanti

RECIFE
2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A663p Araujo, Debora Simone Ferreira de Queiroz
Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II / Debora Simone Ferreira de Queiroz Araujo. - 2020.
66 f. : il.

Orientadora: Anete Soares Cavalcanti.
Inclui referências e anexo(s).

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife, 2020.

1. Perímetro. 2. Área. 3. Figuras Planas. 4. Oficina. 5. Sequência Didática. I. Cavalcanti, Anete Soares, orient. II. Título

CDD 510

Debora Simone Ferreira de Queiroz Araujo

Uma Proposta Didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT do Departamento de Matemática da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 04/03/2020.

BANCA EXAMINADORA

____

Profa. Dra. Anete Soares Cavalcanti (Orientadora) – PROFMAT/UFRPE

____

Prof. Dr. Airton Termistocles Gonçalves de Carvalho– DMAT-UFPE

____

Prof. Dr. Eudes Mendes Barboza – PROFMAT/UFRPE

Dedico este trabalho à minha mãe, Cleia, por toda sua garra demonstrada na criação de seus filhos, e, a meu pai, Queiroz, "in memorian", pelo seu grande exemplo como alguém que sempre quis aprender muito mais.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo dom da vida e pela sua imensa misericórdia derramada sobre nós. Agradeço ao meu esposo, Regenilson, e a minha filha, Isabella, por todo o amor e compreensão nesses momentos de estudo. Agradeço carinhosamente à professora Dra. Anete Soares Cavalcanti por suas preciosas orientações e sua constante atenção a cada aluno do PROFMAT - 2018. Agradeço imensamente aos meus colegas de turma, sempre caminhamos juntos ajudando uns aos outros. Agradeço aos componentes da Banca Examinadora que gentilmente aceitaram o convite e por fim, agradeço ao professor Valdenício e aos alunos que participaram desse estudo.

"A primeira regra do ensino é saber o que se deve ensinar. A segunda, é saber um pouco mais do que aquilo que se deve ensinar."

George Polya

DECLARAÇÃO

Eu, DEBORA SIMONE FERREIRA DE QUEIROZ ARAUJO declaro, para devidos fins e efeitos, que a dissertação sob título **Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II**, entregue como Trabalho de Conclusão de curso para obtenção do título de mestre, com exceção das citações diretas e indiretas claramente indicadas e referenciadas, é um trabalho original. Eu estou consciente que a utilização de material de terceiros incluindo uso de paráfrase sem a devida indicação das fontes será considerado plágio, e estará sujeito à processo administrativo da Universidade Federal Rural de Pernambuco e sanções legais. Declaro ainda que respeitei todos os requisitos dos direitos de autor e isento a Pós-graduação PROFMAT/UFRPE, bem como a professora orientadora **Anete Soares Cavalcanti**, de qualquer ônus ou responsabilidade sobre a sua autoria.

Recife, 04 de Março de 2020.

Assinatura: ____

Resumo

A Geometria é, sem dúvida, uma das partes mais fascinantes da Matemática, sua integração com a Álgebra e a Aritmética torna essa unidade temática ainda mais envolvente. Mas, esse fascínio não é vivido pelos alunos do Ensino Fundamental II, em sua maioria, a Geometria tem se tornado uma inimiga, que traz consigo dificuldades e barreiras na aprendizagem. Diante dessa situação, viemos propor com este trabalho uma Sequência Didática para o ensino de Perímetro e Área das Figuras Planas no Ensino Fundamental II, baseada em oficina de construções, medições de contornos, uso de geoplanos, buscando tornar a aprendizagem mais significativa. A opção pelos conteúdos de Perímetro e Área das Figuras Planas se deu devido à unidade temática de Geometria ser revisada no segundo semestre nas turmas de 9ºs anos da Escola pesquisada, observando que esses conteúdos têm tido baixo índice de acertos na Prova Brasil e outras avaliações externas.

Palavras-chave: Perímetro; Área; Figuras Planas; Oficina; Sequência Didática.

Abstract

Geometry is undoubtedly one of the most fascinating parts of the Mathematics, its integration with Algebra and Arithmetic makes this thematic unit even more engaging. But, this fascination is not experienced by students of Elementary School II, in its majority, Geometry has become an enemy, which brings with it difficulties and barriers in learning. Faced with this situation, we have come to propose with this work a Didactic Sequence for the teaching of Perimeter and Area of Flat Figures in Elementary School II, based on a workshop of constructions, measurements of contours, use of geoplanes, seeking to make learning more meaningful. The option for the contents of Perimeter and Area of Flat Figures was due to the thematic unit of Geometry being revised in the second semester in the classes of 9th grade of the researched School, observing that these contents have had a low rate of hits in Prova Brasil and other external evaluations.

Keywords: Perimeter; Area; Plane Figures; Workshop; Following Teaching.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

Introdução

As dificuldades que norteiam o ensino da Matemática têm sido observadas em muitas situações, na retenção de alunos nas suas séries, nas avaliações nacionais (Prova Brasil e SAEPE - Sistema de Avaliação da Educação de Pernambuco) e nas avaliações internacionais, como o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), no qual o Brasil encontra-se entre os 10 piores desempenhos do mundo em Matemática (GLOBO.COM - G1/EDUCAÇÃO, 2019).

A necessidade de inovar nas aulas de Matemática, motivando o aluno de forma que este torne-se protagonista e interaja no processo de aprendizagem e desenvolva conhecimentos básicos que são requisitos para sua série/ano, desenvolvendo assim uma aprendizagem eficaz têm sido o anseio de muitos professores.

O desejo de desenvolver um trabalho que envolvesse a Geometria e atividades de construção, foi encorajado pelos encontros com a orientadora, visto que o eixo de Geometria era o objeto de revisão do 2º semestre de 2019 na Escola onde seria feita a pesquisa, momento esse, que coincidiria com o início da pesquisa. O encorajamento também foi alimentado pela palestra e minicurso oferecidos pelo PROFMAT - UFRPE, com o tema *Construção de Modelos para Áreas de Figuras Planas e Aplicações* ministrado pela professora Cristiana Paiva Valente da UFBA.

Os conteúdos escolhidos para a pesquisa foram Perímetro e Área de Figuras Planas e o público-alvo para vivência da Oficina foram os alunos do Reforço Escolar. Na Escola onde seria feita a pesquisa, os alunos que apresentam baixo rendimento escolar são encaminhados para o Reforço, aulas que acontecem duas vezes na semana, com duração de 1 (uma) hora cada aula no contra-turno, onde são averiguadas as dificuldades desses alunos e são organizadas atividades para facilitar a aprendizagem e melhorar o desempenho desses alunos junto às suas turmas.

Para avaliar a Oficina, aplicamos um Pré-Teste com 10 (dez) questões de Perímetro e Área das Figuras Planas, retiradas das avaliações anteriores do SAEPE, com as duas turmas das quais os alunos do Reforço Escolar participam, para que possamos mensurar o nível dos alunos.

Aplicaremos a Oficina com os alunos do Reforço Escolar, enquanto o professor vigente das turmas fará as revisões desses conteúdos com aplicação de exercícios. Esperamos que as atividades propostas na Oficina trouxessem aos alunos a apropriação de conceitos e fórmulas matemáticas que possibilitem a resolução de problemas.

Após a execução da Oficina, aplicaremos um Pós-Teste, com 10 (dez) questões nas duas turmas participantes da pesquisa, para verificarmos o desenvolvimento dos alunos do Reforço Escolar.

Esperamos que, com os resultados obtidos nessa pesquisa, possamos sugerir uma Sequência Didática a ser utilizada para o ensino de Perímetro e Área de Figuras Planas por professores do Ensino Fundamental II.

1 Referencial Teórico

Nesse capítulo apresentaremos um breve histórico sobre a origem da Geometria, a Geometria Euclidiana, o desenvolvimento da Geometria no Ensino no Brasil e como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC tratam o ensino da Geometria no Ensino Fundamental - séries finais.

1.1 A Geometria - Breve Histórico

Segundo Boyer (1974), afirmar sobre a origem da Geometria é muito arriscado, pois os primórdios desse assunto são mais antigos do que a arte de escrever, a origem da Geometria foi dada por Heródoto e Aristóteles à civilização egípcia. Ainda conforme Boyer (1974, p.5) "Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio", diferente do pensamento de Aristóteles que "achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria".

As ideias de Heródoto e Aristósteles concordam que os egípcios foram os primeiros a utilizar a Geometria, mas divergem quanto à origem. Não podemos contradizê-los nem reafirmá-los, mas podemos pensar que a origem da Geometria se deu bem antes dos egípcios, o homem neolítico, talvez não tivesse a necessidade de remarcar suas propriedades, talvez também não tivesse lazeres sacerdotais, mas seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com as relações espaciais, conforme Boyer (1974).

Vinda do Egito, a Geometria teria chegado até a Grécia no século 5 a.C. por Tales de Mileto, segundo Bicudo et al. (2009), no Egito e na Babilônia, o critério de verdade era a experiência, ou seja, acreditava-se naquilo que a pessoa via. Mol (2013) ressalta que foram as necessidades práticas que serviram de estímulo para o desenvolvimento da matemática egípcia, essas experiências eram repassadas por meio de registros, como o célebre *Papiro de Rhind*, datado de cerca de 1650 a.C., contém 84 problemas de geometria e de aritmética acompanhados de soluções, entre eles, o cálculo de área.

Segundo Mol (2013, p.29), na Grécia, a Matemática "deixou de ser uma coleção de resultados empíricos e passou a ter o formato de uma ciência organizada de maneira sistemática e por elementos racionais". Dessa forma, com os conhecimentos práticos do Egito e da Babilônia, os gregos começaram a aperfeiçoar a Geometria. Por volta de 300 a.C., Euclides fez o primeiro grande resumo dos conhecimentos matemáticos existentes na época, que estão organizados em seu livro *Os Elementos.*, onde suas "noções comuns" e seus "postulados" do Livro I são as primeiras noções geométricas que são aceitas sem contestações, e, a partir deles são organizados e demonstrados diversos conceitos (GLOBO CIÊNCIA, 2011).

1.1.1 A Geometria Euclidiana

A Geometria Euclidiana está fundamentada no livro *Os Elementos* de Euclides, no qual ele demonstra 465 proposições contidos nos 13 livros (capítulos) utilizando "definições", "postulados" e "noções comuns" (também chamadas de axiomas), adotando o *método axiomático-dedutivo*.

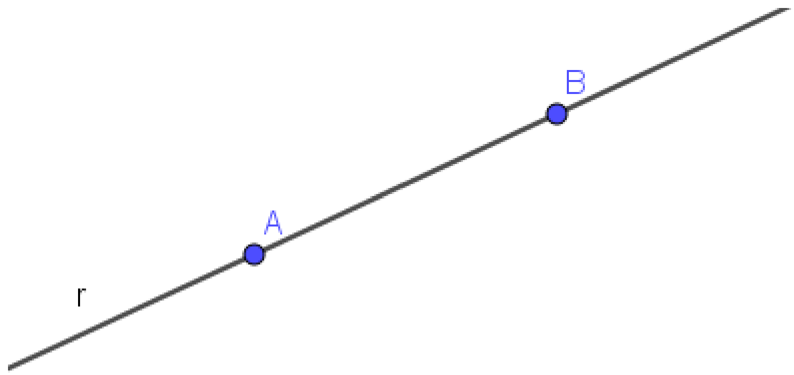
Segundo Mol (2013), Euclides utiliza a ideia de Aristóteles sobre os axiomas e os postulados, diferenciando-os em seu livro. Entretanto, hoje não fazemos distinção entre postulados e axiomas.

> Segundo Aristóteles, os axiomas eram "indispensáveis de conhecer para aprender qualquer coisa", eram verdades comuns a todos os estudos e tinham validade geral. Os postulados seriam menos óbvios, não pressupondo conhecimento prévio, uma vez que se aplicavam apenas ao objeto em estudo - a geometria, no caso. Essa ideia aristotélica é usada por Euclides ao separar seus postulados dos axiomas. A matemática moderna, no entanto, não faz distinção entre os dois conceitos. (MOL, 2013, p. 48)

Conforme Bicudo et al. (2009), os cinco postulados nos quais se baseia a Geometria Euclidiana, na íntegra, traduzidos do grego são:

- **1º Postulado** *Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto.*

Figura 1 – Reta definida por dois pontos



FONTE: Produzida pela autora

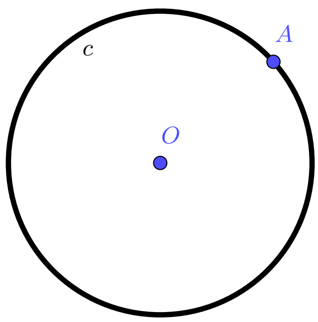
- **2º Postulado** *Também prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre uma reta.*

Figura 2 – Segmento prolongado sobre reta

FONTE: Produzida pela autora

- **3º Postulado** *E, com todo centro e distância, descrever um círculo.*

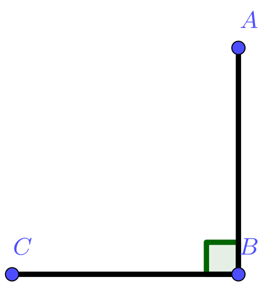
Figura 3 – Círculo de centro e raio quaisquer



FONTE: Produzida pela autora

- **4º Postulado** *E serem iguais entre si todos os ângulos retos.*

Figura 4 – Ângulos Retos

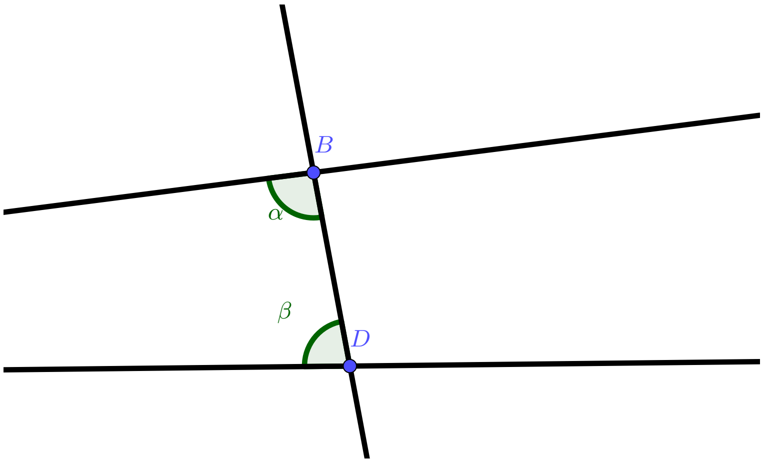


FONTE: Produzida pela autora

Na verdade, os quatro primeiros postulados não possuem alta complexidade para o entendimento, talvez, as dificuldades apresentadas pelos leitores seriam referentes ao termo *reta limitada* do **2º Postulado**, e, o termo *distância* quando trata do raio do círculo no **3º Postulado**.

- **5º Postulado** *E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado qual estão os menores do que dois retos.*

Figura 5 – Postulado das Paralelas



FONTE: Produzida pela autora

O **5º Postulado** também conhecido como o **Postulado das Paralelas**, durante anos, foi muito criticado por diversos matemáticos, eles discordavam que ele seria um Postulado, acreditavam que ele poderia ser provado utilizando os postulados anteriores.

Esses postulados, juntamente com as definições e axiomas, serviram de base para as demonstrações dos teoremas e construção de figuras contidas no livro *Os Elementos*.

Os *Elementos* não pode ser considerado apenas um compêndio de Geometria, mas contém toda a Matemática conhecida daquela época, por volta de 300 a.C., com certeza, representa uma das obras mais importantes da Matemática, mesmo não possuindo aplicações, nem exercícios e a exposição das demonstrações sendo feita de forma direta. Foi utilizado pelas Escolas e Universidades até o final do século XIX e início do século XX. Segundo Barbosa (2012, p.71) “a geometria ensinada na escola secundária é, frequentemente, cópia quase literal de 8 ou 9 dos 13 volumes que o constituem”. Tornou-se o livro mais traduzido para outras línguas, ao lado da Bíblia, como afirma Barbosa,

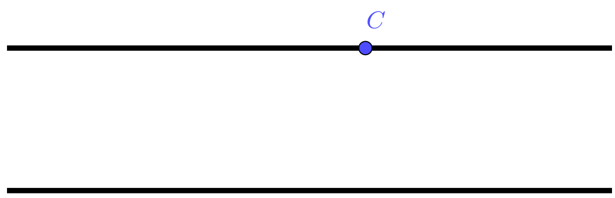
> Ao lado da bíblia, é sem dúvida o livro mais reproduzido e estudado de todos os que já foram escritos na história do mundo ocidental. Mais de 1000 edições dele já foram produzidas desde a invenção da imprensa e, antes disto, cópias manuscritas dominavam todo o ensino da matemática. (BARBOSA, 2012, p. 71)

Quando as primeiras traduções do livro *Os Elementos* de Euclides foram feitas, por volta de 1482, em plena Renascença, muitos interessados começaram um minucioso estudo sobre os teoremas e resultados nele contido, com ênfase ao Postulado das Paralelas, se ele era ou não um axioma independente dos outros, conforme Mol (2013). Vários estudos foram feitos, por muitos matemáticos ao longo dos séculos, tentando demonstrar o Postulado das Paralelas utilizando os outros postulados, assim, ele deixaria de ser um postulado, mas não tiveram êxito.

Conforme Ávila (1992), existem várias formulações para o Postulado das Paralelas, uma das mais simples e muito encontrada nos livros didáticos, é a de John Playfair, enunciada abaixo:

Postulado de Playfair - *Por um ponto fora de uma reta não se pode traçar mais que uma reta paralela à reta dada.*

Figura 6 – Retas Paralelas



FONTE: Produzida pela autora

A culminância no desenvolvimento da Geometria, conforme Bicudo em Globo Ciência (2011) se deu no final do século XIX, no ano de 1897 com a obra *Fundamentos da Geometria*, onde o matemático alemão David Hilbert apresentou um sistema axiomático para a Geometria Euclidiana. Conforme Mol (2013), Hilbert propôs uma construção partindo de três elementos - o ponto, a reta e o plano - e de relações entre esses elementos, essas relações foram feitas através de 21 axiomas, divididos em cinco grupos:

- Axiomas de Conexão
- Axiomas de Ordem
- Axiomas de Congruência
- Axiomas de Continuidade
- Axioma das Paralelas

Com o trabalho de Hilbert foi dada uma precisão lógica à Geometria Euclidiana, provando não haver falhas na geometria proposta por Euclides. Hoje, no ensino da Geometria é utilizado esse método axiomático, como no livro de João Lucas Marques Barbosa, *Geometria Euclidiana Plana* (BARBOSA, 2012), onde o método axiomático de A. V. Pogorelov, leva o estudante de forma precisa e rápida aos teoremas mais importantes da Geometria Euclidiana.

1.1.2 Perímetro e Área

Na matemática grega, ou seja, no livro *Os Elementos* de Euclides não se media segmentos de retas, como não se tinha conhecimento sobre os números irracionais, havia segmentos que não podiam ser mensurados como um número racional, esses segmentos eram considerados incomensuráveis. Da mesma maneira, não havia medida de áreas. Na verdade, duas figuras eram consideradas "iguais" quando possuíam a mesma *magnitude*, como está descrito no livro V de *Os Elementos*. Ou seja, a mesma magnitude (grandeza) de duas figuras, podia ser o "mesmo comprimento", "mesma área" ou "mesmo volume", se fossem, respectivamente, segmentos de retas, figuras planas ou sólidos.

Euclides não utiliza definição de área, nem sequer utiliza o termo, mas observemos com atenção, quando enuncia as seguintes proposições:

Proposição 1 - Livro VI - *"Os triângulos e os paralelogramos que estão sob a mesma altura estão entre si como as bases"*

Proposição 2 - Livro XII - *"Os círculos estão entre si como os quadrados sobre os diâmetros"*

Nas duas proposições acima, Euclides quando diz que "estão entre si", traz a ideia de "mesma área", mas em nenhuma proposição de seu livro ele determina o conceito de área. Na verdade, a ideia de comparar as áreas de duas figuras é descrita como "a quadratura de uma região poligonal", procedimento descrito nos Livros I e II dos Elementos, que consistia em transformar as duas figuras a serem comparadas em dois quadrados equivalentes, comparando assim se os dois possuíam o mesmo tamanho, se eram diferentes ou se eram proporcionais.

1.2 O Ensino da Matemática no Brasil

Desde o período da colonização do nosso país pelos portugueses, toda a ideia de ensino estava detenta aos padres jesuítas, que chegaram com o primeiro governador geral e tinham a missão de catequizar os povos indígenas e posteriormente, oferecer instrução de alfabetização.

Durante mais de 200 anos, o ensino no Brasil estava nas mãos da Companhia de Jesus, há poucas informações sobre o ensino de matemáticas nos primeiros colégios fundados pela Companhia, como o Colégio da Bahia. Acredita-se que os jesuítas tenham se dedicado ao ensino clássico-humanístico, conforme Miorim et al. (1995) ressalta sobre a proposta de ensino *Ratio*:

> Nessa proposta de ensino, na parte equivalente ao ensino médio - os **studia inferiora** - seria proposto um ensino baseado apenas nas humanidades clássicas, que teria como disciplinas: a retórica, as humanidades e a gramática. As ciências e, em particular, as matemáticas estariam reservadas apenas aos **studia superiora**. Entretanto, mesmo nesses estudos superiores, que seriam desenvolvidos no curso de filosofia e ciências, ou de artes, as matemáticas seriam pouco estudadas. (MIORIM et al., 1995, p.163)

Segundo Miorim et al. (1995) com a fundação da primeira escola secundária pública, o Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, em 1837, mesmo havendo predominância das disciplinas clássico-humanistas, havia, também, aulas de matemáticas, de línguas modernas, de ciências naturais e físicas e de história.

O Ensino no Brasil passou por diversas mudanças ao longo de quatro séculos. Os movimentos que criaram uma orientação curricular, desde o ano de 1920, determinando o que deveria ser estudado e em qual ciclo/série, não tiveram força para mudar a estrutura educacional nem a prática docente no nosso país.

O Movimento da Matemática Moderna de 1960/1970, influenciou o ensino da Matemática no Brasil e em outros países. A proposta do Movimento era organizar o conhecimento matemático contemporâneo, dando ênfase aos fundamentos da teoria dos conjuntos e da álgebra, provocando, muitos estudos, discussões e reformas no currículo da Matemática. Dessa forma, houve uma preocupação excessiva com algumas áreas da Matemática, deixando prejudicado o ensino da Aritmética e da Geometria. (PCN, 1998)

Em 1980, foi criada a *Agenda para Ação*, documento que apresentava recomendações para o ensino da Matemática pelo NCTM - National Council of Teachers of Mathematics - propondo que o ensino de Matemática estivesse voltado à resolução de problemas.

Após as recomendações da *Agenda para Ação*, muitas propostas curriculares, até o ano de 1995, de diversos países, apresentaram pontos de convergência, conforme consolidados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e enunciados abaixo. (PCN, 1998, p.20)

Pontos de Convergência

- *direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;*

- *importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;*
- *ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;*
- *importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;*
- *necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação.*

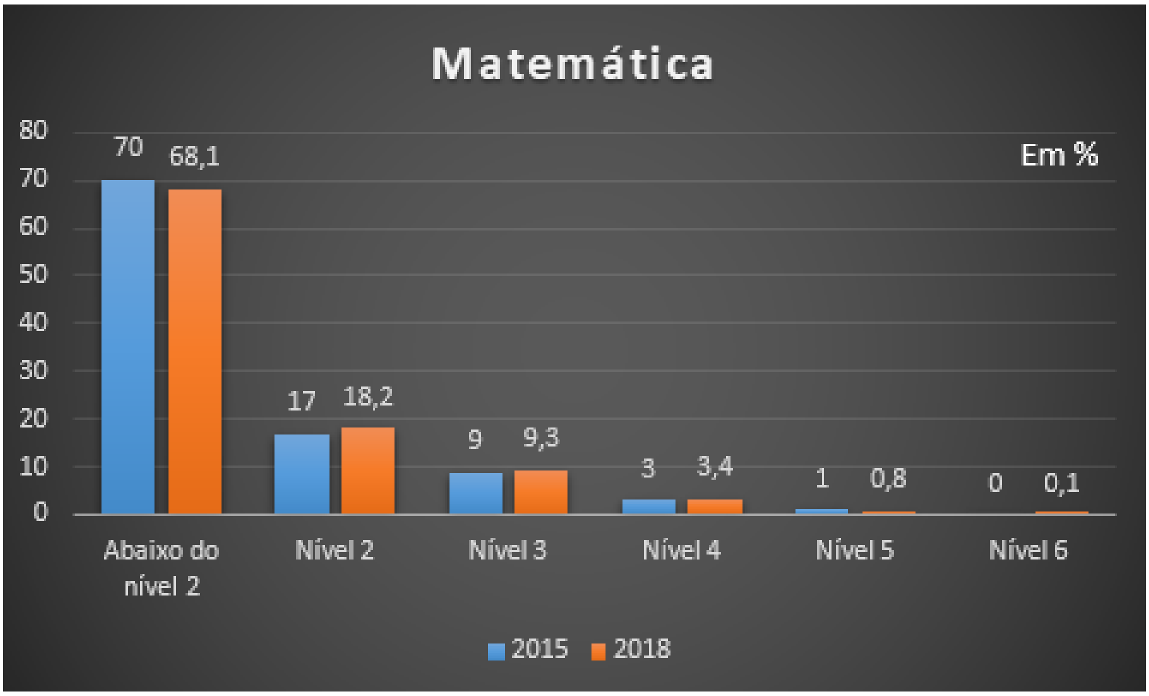
Esses pontos de convergência, ainda hoje, são itens de discussão e implementação nas propostas curriculares das Secretarias Estaduais e Secretarias Municipais de Educação de todo o nosso país. A base curricular utilizada em cada município e/ou estado se baseia nos PCNs e em outras propostas pedagógicas, documentos oriundos dessas transformações pelas quais o ensino em diversos países tem passado.

O PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (na sigla em inglês, tradução de *Programme for International Student Assessment*) é uma avaliação internacional realizada a cada 3 (três) anos pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE.

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP, é o órgão responsável pela avaliação aqui no país, que é realizada com jovens de 15 anos e avalia três domínios - leitura, matemática e ciências.

A avaliação do PISA é realizada desde 2000 e o Brasil participa desde o início das avaliações. Nessa última edição do PISA de 2018, resultados divulgados apenas em Dezembro de 2019 (GLOBO.COM - G1/EDUCAÇÃO, 2019), os dados mostram que mais de 65% dos jovens brasileiros possuem um nível mais baixo do que é considerado básico. O nível considerado básico é o nível 2 na Avaliação e é atingido por notas a partir de 420.07, e, os níveis 5 e 6, considerados os mais altos, são atingidos por notas acima de 606.99, logo, os estudantes brasileiros, em sua maioria, estão abaixo do nível básico em Matemática, ficando entre os 10 piores resultados nesse domínio. Entretanto, comparando os dados de 2015/2018, podemos ver uma diminuição no percentual de estudantes que ficaram abaixo do nível 2 e um aumento no percentual dos estudantes que ficaram nos níveis 2, 3, 4 e 6, representando assim uma melhora nos resultados de Matemática do PISA.

Figura 7 – Resultados do PISA 2015/2018 - MATEMÁTICA



FONTE: OCDE/PISA

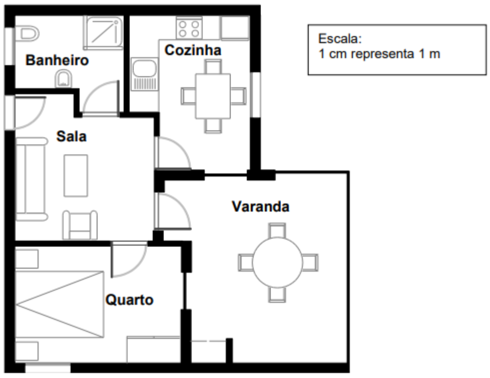
Segundo o INEP, o PISA serve para acompanhar o resultado dos estudantes em comparação com os outros países e possibilitar discussões sobre as áreas buscando melhorias,

> Os resultados do Pisa permitem que cada país avalie os conhecimentos e as habilidades dos seus estudantes em comparação com os de outros países, aprenda com as políticas e práticas aplicadas em outros lugares, bem como formule suas políticas e programas educacionais, visando melhorias na qualidade e na equidade dos resultados de aprendizagem.(INEP, 2019)

A cada edição do PISA, uma das áreas (Leitura, Ciências ou Matemática) tem seus itens liberados para consulta e utilização através do site do INEP. Esse documento chamado de *Itens Liberados*, contém modelos de questões utilizadas na avaliação do PISA. Analisando os *Itens Liberados* do ano de 2012, na área de Matemática, podemos observar conteúdos inerentes à Geometria, enfatizando as questões que envolvem **Perímetro e Área de Figuras Planas** como nas questões abaixo, todas retiradas dos *Itens Liberados*. Colocamos em seguida o *Objetivo da Questão* trazido pelo PISA, onde fica explicitado os requisitos para avaliação da questão.

Questão 1 - A COMPRA DE UM APARTAMENTO

Veja abaixo a planta do apartamento que os pais de Jorge querem comprar em uma imobiliária.



Para estimar a superfície (área) total do apartamento (varanda e paredes inclusas), pode-se medir o tamanho de cada compartimento, calcular sua superfície e depois somar todas essas superfícies.

Um método mais eficaz, permite, entretanto, estimar a superfície total medindo somente quatro distâncias. Indique sobre a planta acima os **quatro** comprimentos necessários para estimar a superfície total do apartamento.

Objetivo da questão

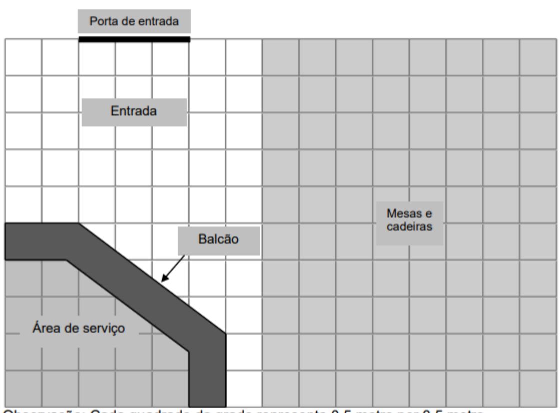
- *Descrição*: Usar razão espacial para mostrar num plano (ou através de outro método) o número mínimo de dimensões laterais necessárias para determinar uma área de chão.
- *Domínio Matemático*: Espaço e Formas.
- *Contexto*: Pessoal.
- *Processo*: Formular.

Questão 2 - NA SORVETERIA

Veja ao lado a planta da sorveteria de Maria, que ela está reformando. A área de serviço é rodeada por um balcão.

Maria deseja instalar uma nova borda ao longo da parede externa do balcão. Qual é o comprimento total da borda de que ela precisa?

Demonstre seu raciocínio.



Observação: Cada quadrado da grade representa 0,5 metro por 0,5 metro.

Objetivo da questão

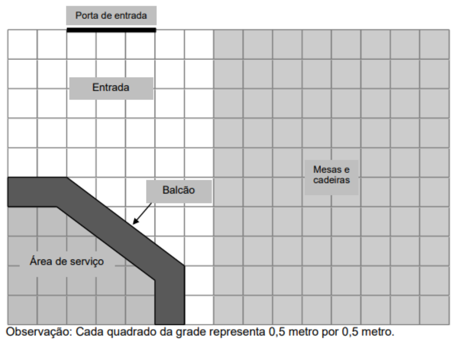
- *Descrição*: Usar o Teorema de Pitágoras ou usar corretamente uma medida para encontrar um comprimento de uma planta em escala.
- *Domínio Matemático*: Espaço e Formas.
- *Contexto*: Profissional.
- *Processo*: Aplicar.

Questão 3 - NA SORVETERIA

Veja ao lado a planta da sorveteria de Maria, que ela está reformando. A área de serviço é rodeada por um balcão.

Maria também vai trocar o piso de sua loja. Qual é a área do piso da loja, excluídos a área de serviço e o balcão?

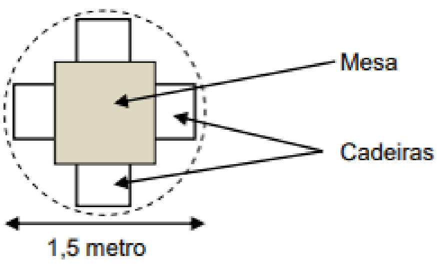
Demonstre seu raciocínio.



Objetivo da questão

- *Descrição*: Usar uma grade em escala para calcular uma área composta
- *Domínio Matemático*: Espaço e Formas.
- *Contexto*: Profissional.
- *Processo*: Aplicar.

Questão 4 - NA SORVETERIA



Em sua loja, Maria quer instalar conjuntos de mesas com quatro cadeiras, como mostra a ilustração acima. O círculo representa a área do piso necessária a cada conjunto.

Para que os clientes tenham espaço suficiente quando estiverem sentados, cada conjunto, representado pelo círculo, deveria estar instalado em função das seguintes condições:

- Cada conjunto deve estar instalado pelo menos a 0,5 m das paredes

- Cada conjunto deve estar instalado pelo menos a 0,5 m dos outros conjuntos.

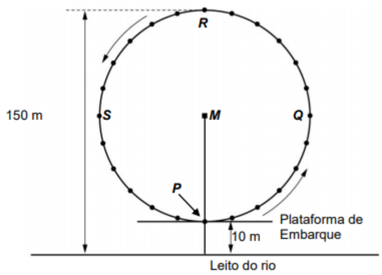
Qual é o número máximo de conjuntos que Maria pode instalar na área cinza da loja destinada às mesas?

Objetivo da questão

- *Descrição*: Determinar o número de mesas que podem ser acomodadas em um local retangular dando uma referência de escala e duas condições a serem atendidas.
- *Domínio Matemático*: Espaço e Formas.
- *Contexto*: Profissional.
- *Processo*: Aplicar.

Questão 5 - RODA GIGANTE

Na margem do rio fica uma roda gigante. Veja a foto e o diagrama abaixo.



A roda gigante tem um diâmetro de 140 metros e o seu ponto mais alto está a 150 metros acima do leito do rio, em uma das margens do rio. Ela gira na direção indicada pela seta.

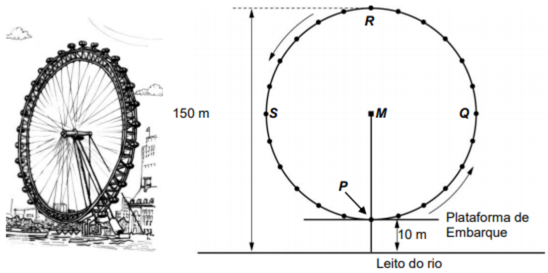
A letra M, no diagrama, indica o centro da roda gigante. Quantos metros (m) sobre o leito do rio está o ponto M?

Objetivo da questão

- *Descrição*: Calcular o comprimento baseada na informação em um desenho em 2D.
- *Domínio Matemático*: Espaço e Formas.
- *Contexto*: Social.
- *Processo*: Empregar.

Questão 6 - RODA GIGANTE

Na margem do rio fica uma roda gigante. Veja a foto e o diagrama abaixo.



A roda gigante tem um diâmetro de 140 metros e o seu ponto mais alto está a 150 metros acima do leito do rio, em uma das margens do rio. Ela gira na direção indicada pela seta.

A roda gigante gira em velocidade constante. A roda faz uma rotação completa em exatamente 40 minutos.

João inicia o passeio na roda gigante na plataforma de embarque P.

Onde João estará depois de meia hora?

a) Em R

b) Entre R e S

c) Em S

d) Entre S e P

Objetivo da questão

- *Descrição*: Estimar o local da rotação de um objeto e o tempo especificado que levou
- *Domínio Matemático*: Espaço e Formas.
- *Contexto*: Social.
- *Processo*: Empregar.

Observando as questões acima, identificamos que os conteúdos de Perímetro e Área das Figuras Planas são avaliados sem exausta utilização de fórmulas, sendo aplicados em diferentes contextos, como na Questão 1 que busca determinar as dimensões possíveis para o cálculo da área de uma figura ou como na Questão 6 onde a ideia de comprimento de uma circunferência como uma volta completa fica condicionada a determinar a localização de João na roda gigante após determinado tempo.

Dessa maneira, a aplicação dos conteúdos em diferentes contextos se torna interessante para desenvolver a aprendizagem, com ênfase na resolução de problemas, como ressalta Lorenzato,

> Ensinar matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa. A presença de aplicações da matemática nas aulas é um dos fatores que mais podem auxiliar nossos alunos a se prepararem para viver melhor sua cidadania; ainda mais, as aplicações explicam muitos porquês matemáticos e são ótimas auxiliares na resolução de problemas. (LORENZATO, 2006, p.53)

1.3 Geometria - Documentos Norteadores do Ensino

Há mais de vinte anos, temos os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN como o documento norteador mais importante para o ensino das diversas áreas e disciplinas. Durante esse período, muitas mudanças foram observadas na Educação Básica, a utilização do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM como avaliação para ingresso no Ensino Superior (desde 2010), os exames externos como o Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB (desde 1990) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco - SAEPE (desde 2008) e o PISA (desde 2000), que colocam a Educação de Escolas, Municípios, Estados e Países numa escala de mensuração através da proficiência dos alunos. Atualmente o PISA avalia 80 países e/ou economias, localiza o ensino brasileiro na 57ª posição e na observação da área de Matemática, o país se encontra entre as 10 últimas colocações.

Hoje, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC torna-se um novo instrumento para a Educação Básica. Desde 2015, quando a 1ª versão da BNCC foi disponibilizada, que muitos estudos foram feitos, consultas aos professores, discussões, revisões e avaliações por profissionais da educação, até chegar à versão final, homologada em Dezembro de 2018.

Segundo a BNCC, o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o "letramento matemático",

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p.266)

Esse letramento matemático que a Avaliação do PISA busca nos jovens avaliados, conforme sua matriz de 2012.

Já a Geometria, uma das cinco unidades temáticas que compõem o ensino da Matemática no Ensino Fundamental, conforme Brasil (2018), "envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento". Logo, contemplar todo esse "amplo conjunto de conceitos" não tem sido uma tarefa fácil, seja pelas dificuldades apresentadas pelos alunos ou mesmo de professores nessa área de ensino, seja pelo extenso currículo de cada ano/série, seja pelas lacunas existentes na vida escolar de alunos e professores.

Outra indicação da BNCC para o ensino da Geometria é que ele não fica inserido apenas a uso de fórmulas e seus respectivos cálculos, como

> Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam "fazer a quadratura de uma figura"). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BRASIL, 2018, p.272)

Assim, a experimentação e a construção de atividades que possibilitem ampliar o conhecimento do aluno tornam-se ainda mais atual.

2 Aspectos Metodológicos - A Pesquisa

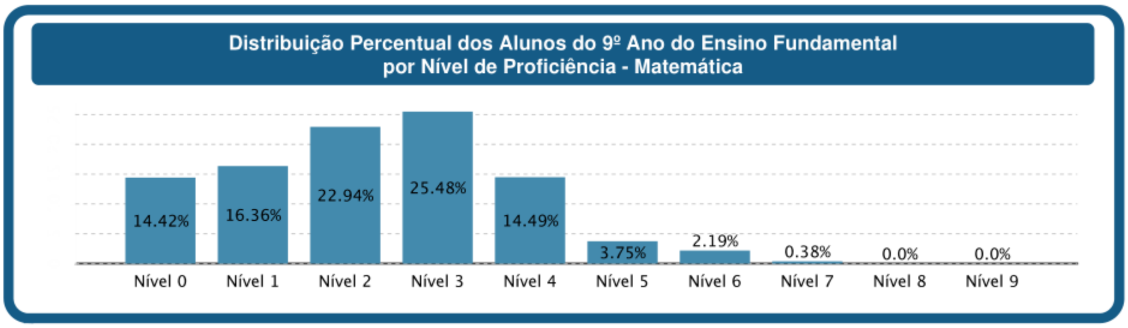
Nesse capítulo apresentaremos a justificativa para a escolha da pesquisa realizada, a sequência didática construída e a metodologia utilizada na aplicação da sequência didática.

2.1 Justificativa

Segundo Brasil (2018), a aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais também está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos.

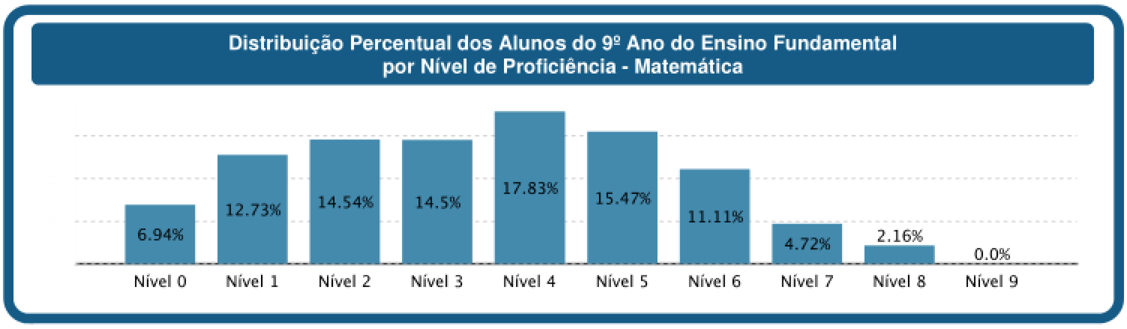
O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental - Anos Finais tem a cada dia se tornado mais importante quando observamos como essa unidade temática tem sido avaliada em algumas Avaliações Externas (SAEPE – Sistema de Avaliação da Educação de Pernambuco, SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica e o PISA). Mesmo sendo avaliada, ainda encontramos muita dificuldade nela. A Pesquisa foi realizada na escola pública municipal, na cidade de Bonito - PE, que oferta do 6º ao 9º ano e a Educação de Jovens e Adultos - EJA Fundamental II. Segundo o Relatório da Prova Brasil (SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) cuja Proficiência de Matemática possui 10 (dez) níveis, enumerados de 0 a 9, os conteúdos de Geometria, como Perímetro e Área, bem como as relações entre Raio e Diâmetro de uma circunferência, estão inseridos nos níveis 5 e 6 dessa avaliação. Abaixo, temos os resultados da Prova Brasil da Escola pesquisada nos anos de 2013, 2015 e 2017

Figura 8 – Resultados PROVA BRASIL/SAEB - 2013



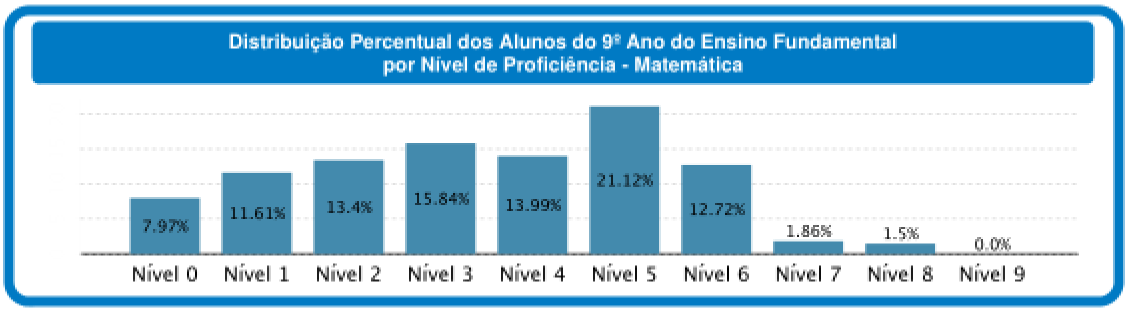
FONTE: Boletim de Desempenho PROVA BRASIL

Figura 9 – Resultados PROVA BRASIL/SAEB - 2015



FONTE: Boletim de Desempenho PROVA BRASIL

Figura 10 – Resultados PROVA BRASIL/SAEB - 2017



FONTE: Boletim de Desempenho PROVA BRASIL

Observando esses níveis 5 e 6 nos Resultados da Prova Brasil/SAEB da Escola pesquisada, observamos que houve uma melhora significativa se compararmos 2013 e 2017, mas ainda menos de 22% dos alunos que concluem o 9º Ano estão no nível 5 da Proficiência de Matemática do SAEB e menos de 13% dos alunos estão no nível 6. Diante dessa realidade, qual seria a dificuldade que os alunos estão sentindo na unidade temática Geometria? Para Kamii e DeClark (1986 apud LORENZATO, 2006, p.19), "conhecimento físico é aquele que existe na realidade externa que as pessoas vêem e é diferente do conhecimento matemático: este consiste nas relações que o indivíduo constrói em sua mente". Muitas fórmulas de perímetro e área que devem ser utilizadas na avaliação de Geometria, em diferentes contextos, mas qual é a relação que existe em cada uma delas? Como esses conceitos têm relação na mente do aluno? Segundo Lorenzato (2006, p.20), "assim como é preciso abrir mão do rigor para se conseguir o rigor, para se alcançar a abstração é preciso começar pelo concreto". Dessa forma, buscamos montar uma sequência didática com atividades de construção para aulas de Geometria com o objetivo de tornar a aprendizagem mais significativa desses conteúdos.

2.2 Sequência Didática

O ensino da Geometria sempre foi considerado um trabalho difícil em sala de aula. Muitas pessoas não tiveram a oportunidade de inserir no seu currículo educacional os conhecimentos geométricos, isso devido a diversos fatores, como os livros didáticos que antigamente traziam os conteúdos de Geometria nos últimos capítulos; o extenso currículo escolar para ser cumprido e a falta de motivação e preparação por parte de muitos professores. Algumas dessas situações perduram até hoje em muitas escolas. Assim, analisando as etapas do processo ensino-aprendizagem, precisamos utilizar atividades que favoreçam esse processo.

Sobre os modelos das aulas de matemática os PCNs relatam:

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino da Matemática tem sido aquela que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução.(PCN, 1998, p.37)

Mas, os PCNs também ressaltam que essa prática não tem sido eficaz, a reprodução correta não representa a apreensão do conteúdo e sua utilização em outros contextos.

Com esse mesmo pensamento, a BNCC ressalta que

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p.266)

A BNCC também traz o seguinte direcionamento a respeito da Geometria no Ensino Fundamental, que as ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, **construção, representação e interdependência**. (BRASIL, 2018, p.271) - grifo nosso.

Com os direcionamentos dos PCNs e da BNCC, podemos ver que o planejamento do professor deve ser um processo de reflexão para uma abordagem adequada dos conteúdos em cada turma de alunos, observando seus conhecimentos prévios e suas necessidades, a fim de atingir os objetivos - a aprendizagem. Zabala (1998, p.18) usa o termo *Sequências Didáticas* "como sendo um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos".

Conforme Cabral (2017, p.33), é justamente o Planejamento, a Aplicação e a Avaliação que formam a tríade sugerida por Zabala (1998) onde o professor identifica a dimensão de ensinar e aprender Matemática.

Schneuwly (1991 apud MACHADO, 2000, p.7) define sequência didática como

> A unidade de trabalho escolar, constituída por um conjunto de atividades que apresentam um número limitado e preciso de objetivos e que são organizadas no quadro de um projeto de apropriação de dimensões constitutivas de um gênero de texto, com o objetivo de estruturar as atividades particulares em uma atividade englobante, de tal forma que essas atividades tenham um sentido para os aprendizes.(SCHNEUWLY, 1991 apud MACHADO, 2000, p.7)

Assim, para Dolz et al. (2004 apud CABRAL, 2017, p.34) "a elaboração da Sequência Didática deve ser precedida de uma espécie de estudo de gênero a ser ensinado".

Tomaremos então, a Sequência Didática como um conjunto de atividades articuladas, executadas por etapas, que visam uma aprendizagem mais significativa.

2.3 Metodologia - Material e Métodos

2.3.1 Montagem da Sequência Didática

Apresentaremos aqui a sequência didática desenvolvida na forma de Oficinas com o objetivo de tornar a aprendizagem mais significativa.

- **TEMA:** Perímetro e Área das Figuras Planas
- **PÚBLICO ALVO:** Alunos dos 9º anos do Ensino Fundamental
- **DURAÇÃO:** 12 (doze) horas/aulas
- **DISCIPLINA:** Matemática - unidade temática: GEOMETRIA
- **OBJETIVO GERAL:** Apresentar uma situação didática em forma de Oficinas, com medições de perímetro e área e, utilização de fórmulas para comprovação das medições.
- **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**
  1. Identificar o nível dos alunos sobre o assunto de Perímetro e Área das Figuras Planas através de um Pré-Teste (Anexo 1).
  2. Vivenciar as atividades da Oficina:
     - Construção das figuras planas com cartolina guache (colorida) ou E.V.A. para medição do perímetro e da área dessas figuras;
     - Medição das dimensões (largura, comprimento, lados e diâmetro) das figuras planas construídas e preenchimento da Tabela 1;
     - Medição do perímetro (contorno) das figuras planas construídas utilizando barbante e régua, onde os alunos irão fazer o contorno da figura com o barbante e depois medir o comprimento do barbante utilizado, esses dados serão preenchidos na Tabela 2;

Tabela 1 – Medidas das Figuras Planas

Figuras	***Largura***	***Comprimento***
QUADRADO 1		
QUADRADO 2		
RETÂNGULO 1		
RETÂNGULO 2		
PARALELOGRAMO 1		
PARALELOGRAMO 2		
TRAPÉZIO 1		
TRAPÉZIO 2		
TRIÂNGULO 1	Lados:	
TRIÂNGULO 2	Lados:	
CÍRCULO 1	Diâmetro:	
CÍRCULO 2	Diâmetro:	

Fonte: Produzido pela autora

Tabela 2 – Perímetro das Figuras Planas

Figuras	***Perímetro***
QUADRADO 1	
QUADRADO 2	
RETÂNGULO 1	
RETÂNGULO 2	
PARALELOGRAMO 1	
PARALELOGRAMO 2	
TRAPÉZIO 1	
TRAPÉZIO 2	
TRIÂNGULO 1	
TRIÂNGULO 2	
CÍRCULO 1	
CÍRCULO 2	

Fonte: Produzido pela autora

- Analisar o perímetro encontrado pelas medições da Tabela 2, com o cálculo feito no caderno do Perímetro das mesmas figuras com as dimensões da Tabela 1;
- Calcular a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro do círculo, buscando que os alunos percebam que essa razão se aproxima do valor de $3,14$ (π(pi));
- Construir no Geoplano tradicional figuras planas com área específica e perímetro determinado;
- Construir no Geoplano Circular um círculo com o objetivo de identificar seus elementos e calcular seu perímetro.

3. Identificar o nível dos alunos após a aplicação das atividades da Oficina através de um Pós-Teste.

4. Comparar os resultados obtidos no Pós-Teste dos alunos que participaram da Oficina e alunos que não participaram.

- **DESENVOLVIMENTO:**

  1º Momento: Aplicação do Pré-Teste com os alunos que participarão da pesquisa.

  2º Momento: Início da Oficina, com uma explanação sobre os conteúdos de Perímetro e Área de Figuras Planas. Após a explanação, os alunos deverão construir com cartolina guache ou E.V.A. as figuras planas pedidas, observando as características de cada figura. Nesse momento, os alunos deverão anotar as dimensões de cada figura na Tabela 1.

  3º Momento: Medição do contorno das figuras com barbante e régua e, anotação na Tabela 2.

  4º Momento: Cálculo do perímetro das figuras construídas com as informações da Tabela 1 e, comparação com as medidas do perímetro da Tabela 2. Nesse momento, os alunos também deverão calcular a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro do círculo, com o objetivo de observarem a aproximação do número $3,14$ (π(pi)).

  5º Momento: Construção de figuras planas no Geoplano Tradicional com perímetro e área determinados, no Geoplano Circular construir um círculo e identificar seus elementos (raio, diâmetro e cordas), calcular o comprimento da circunferência construída.

  6º Momento: Aplicação do Pós-Teste (Anexo 2) com os alunos que participarão da pesquisa.

- **RECURSOS:**

  – Cartolinas guaches e E.V.A., régua, tesoura, compasso, par de esquadros e barbante.

  – Tabelas 1 e 2

  – Geoplano Tradicional e Geoplano Circular

- **AVALIAÇÃO:** A avaliação será de forma contínua, durante todo o processo de execução da Oficina, observando a participação dos alunos em cada atividade proposta. A condensação da Avaliação será feita comparando os resultados do Pré-Teste com os resultados do Pós-Teste.

3 Aplicação da Sequência Didática e Análise dos Dados

Nesse capítulo faremos um relato sobre a aplicação da Sequência Didática, o desenvolvimento das atividades e a Análise dos Dados.

3.1 Aplicação da Sequência Didática

A Sequência Didática foi desenvolvida numa escola pública municipal na cidade de Bonito - PE, com duas turmas dos 9º anos, num total de 66 (sessenta e seis) alunos. Nessa escola, os alunos que se encontram com baixo rendimento escolar (média bimestral inferior a 5,0) são encaminhados para o Reforço Escolar. Dessas duas turmas foram encaminhados 25 (vinte e cinco) alunos, as aulas do Reforço Escolar acontecem duas vezes por semana (terca-feira e quinta-feira) com duração de 1 (uma) hora de aula cada dia. A oficina foi realizada para os alunos do Reforço Escolar, nos dias 17, 19, 24 e 26 de Setembro e 01, 03, 08 e 10 de Outubro.

1º Momento: Total de 2 (duas) horas/aulas - Aplicação do Pré-Teste (Anexo 1) contendo questões do eixo Geometria aplicadas nas avaliações anteriores do SAEPE. O Pré-Teste foi aplicado com duas turmas dos 9º anos da Escola pesquisada, ou seja, os alunos que participaram do Reforço Escolar e os demais alunos das turmas.

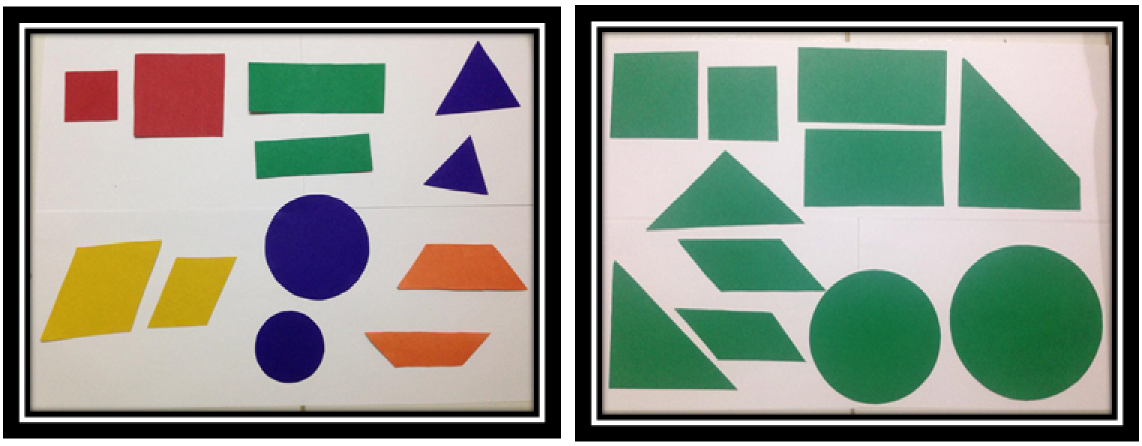
APLICAÇÃO DA OFICINA

2º Momento: Total de 2 (duas) horas/aulas - Inicialmente fizemos uma introdução sobre os conceitos de Perímetro e Área das Figuras Planas, identificando as características das figuras, conteúdos esses, que são revisados no 9º ano do Ensino Fundamental. Com uso de cartolina guache colorida, régua, compasso, lápis e tesoura, os alunos construiram: dois quadrados, dois retângulos, dois paralelogramos, dois trapézios, dois triângulos e dois círculos, com dimensões diferentes. As construções foram feitas utilizando a sala da Biblioteca da Escola, por ser um espaço maior que as salas de aula, com mesas que comportam até 4 (quatro) alunos. Após construídas as figuras os alunos anotaram suas dimensões na Tabela 1 do capítulo anterior.

Figura 11 – Construção das Figuras Planas

Fonte: Produzido pela autora

Figura 12 – Figuras construídas pelos alunos



Fonte: Produzido pela autora

<u>**3º Momento:**</u> Total de 2 (duas) horas/aulas. Deveríamos ter passado para a medição do contorno (Perímetro) das figuras construídas, mas, quando fomos organizar as figuras construídas por cada aluno, observamos que os pretendidos paralelogramos não estavam bem construídos, os lados opostos não eram paralelos, olhando para as figuras fez-se necessário trabalhar construção de paralelas e construção de ângulos retos. Conversamos com a turma do Reforço e vimos que eles não sabiam trabalhar com o par de esquadros, na verdade, eles nem conheciam por esse nome, achavam apenas que eram réguas, só que num

formato diferente. Dessa forma, reorganizamos a atividade para ensinar como construir perpendiculares (ângulo reto) com uso do par de esquadros e como construir as paralelas (lados paralelos do paralelogramo e do trapézio).

Essa parte da sequência didática não estava prevista, pois acreditávamos que os alunos dominavam o uso de instrumentos como a régua, compasso, esquadros e transferidor.

Fizemos uma explanação oral, seguida de exemplos, sobre o uso do par de esquadros para a construção de perpendiculares (ângulos retos) e retas paralelas.

Os alunos fizeram então, a nova construção das figuras que não estavam com as medidas angulares corretas.

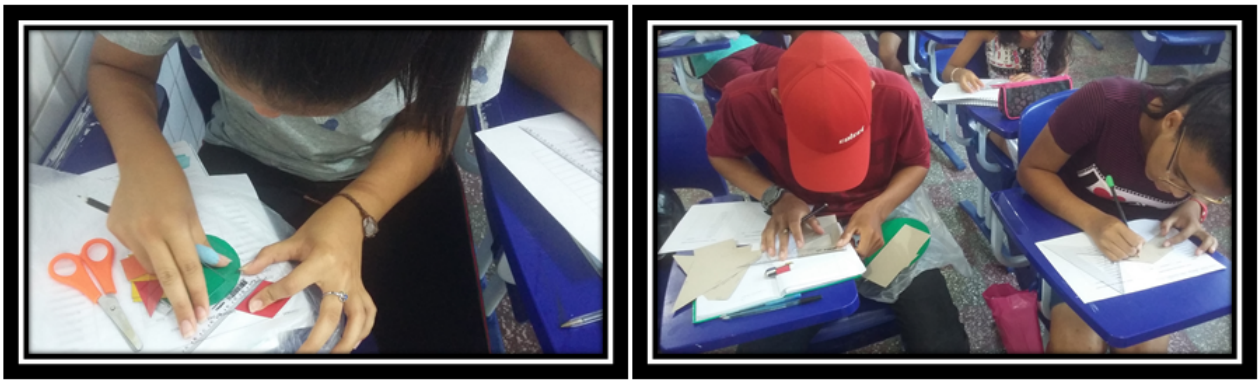
Esse momento foi realizado na própria sala de aula, e não na Biblioteca como fizemos no 2º Momento, precisávamos do quadro branco para fazer as construções junto com os alunos.

Figura 13 – Construção de Perpendiculares e Paralelas com par de esquadros

Fonte: Produzido pela autora

<u>4º Momento:</u> Total de 2 (duas) horas/aulas. Começamos fazendo uma explanação de como os alunos deveriam fazer a medição do contorno das figuras, utilizando o barbante e a régua, deveriam contornar a figura construída com o barbante e depois medir na régua o comprimento que fora utilizado. Os alunos fizeram a medição do contorno e perímetro das figuras construídas com uma certa dificuldade, devido à espessura da cartolina guache (sugerimos utilizar papelão, papel panamá ou E.V.A. com espessura mínima de 3 milímetros), fazer o contorno com o barbante torna-se um pouco mais trabalhoso. Após a medição dos contornos e preenchimento da Tabela 2, os alunos calcularam o Perímetro dessas figuras com as dimensões anotadas na Tabela 1. Momento esse de muitas discussões, porque as construções não ficaram perfeitas, logo, houve pequenas divergências entre os valores obtidos no cálculo do perímetro e as medições do contorno anotadas na Tabela 2. Como desafio, colocamos o cálculo da razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro da mesma. Alguns alunos puderam observar que os valores dessa razão estavam próximos de $3,14$ e que esse valor é o que utilizamos como aproximação para π (pi).

Figura 14 – Medição do Contorno das figuras construídas



Fonte: Produzido pela autora

Figura 15 – Medição do Contorno das figuras construídas

Fonte: Produzido pela autora

<u>5º Momento:</u> Total de 2 (duas) horas/aulas. As atividades com Geoplano foram divididas em duas etapas: a primeira com o Geoplano Tradicional (figuras poligonais) e a segunda com o Geoplano Circular (círculo).

Na primeira etapa os alunos construiram figuras planas no Geoplano. Primeiro, fizemos uma explanação oral sobre o Geoplano, o que significa a unidade de área utilizado no mesmo e como os alunos deveriam contar as unidades de área.

No geoplano tradicional, foi solicitado aos alunos que construíssem figuras planas, com as seguintes características:

1 - Construir uma figura com perímetro de 10 unidades;

2 - Construir uma figura com 8 unidades de área;

3 - Construir um triângulo isósceles;

4 - Construir um triângulo com 10 unidades de área;

5 - Construir um retângulo com 14 unidades de área;

6 - Construir um quadrado com 25 unidades de área.

Na segunda etapa, utilizamos o Geoplano Circular. Foi solicitado aos alunos as seguintes ações:

1 - Construir uma circunferência de raio qualquer;

2 - Marcar o raio da circunferência com um lápis de cor e identificá-lo como segmento de reta;

3 - Desenhar duas cordas nessa circuferência, diferenciando-as por cores e identificando-as como segmento de reta;

4 - Marcar o diâmetro, identicá-lo como segmento de reta. Nessa etapa, o objetivo era que os alunos observassem que o diâmetro é a maior corda da circunferência;

5 - Calcular o comprimento dessa circunferência usando a equação $C = 2\pi r$.

Figura 16 – Atividades com Geoplano Tradicional

Fonte: Produzido pela autora

Figura 17 – Atividades com Geoplano Circular

Fonte: Produzido pela autora

<u>6º Momento:</u> Total de 2 (duas) horas/aulas. Finalizamos a Sequência Didática, aplicando o Pós-Teste. A aplicação foi feita com as duas turmas pesquisadas, ou seja, com os alunos que participaram da Oficina durante o Reforço Escolar e os demais alunos das turmas.

3.2 Análise dos Dados Coletados

A unidade temática Geometria na Escola pesquisada é revisada nas turmas de 9º ano no 2º Semestre do ano letivo, visando a preparação para os exames externos da Prova Brasil e do SAEPE, bem como preparatório para as provas de ingresso das Escolas Técnicas Estaduais e Institutos Federais. Dessa forma, o conteúdo de Perímetro e Área das Figuras Planas é revisado pelos professores vigentes de Matemática de cada turma. Faz-se necessário também frisar que o Pré-Teste foi aplicado nas turmas antes das revisões feitas pelos professores vigentes.

3.2.1 Análise - Pré-Teste

A Aplicação do Pré-Teste (Anexo 1) foi dada com 66 (sessenta e seis) alunos que compõem as duas turmas avaliadas, o resultado consta na tabela abaixo.

Tabela 3 – Resultados do Pré-Teste

Questão	*Quantidade de Acertos*	*Percentuais de Acertos (%)*	*Temas das questões*
01	20	30,30	Corda e diâmetro de circunferência
02	56	84,80	Perímetro de região em malha quadriculada
03	65	98,50	Área de região na malha quadriculada
04	31	46,90	Área de região na malha quadriculada, com circunferência
05	03	4,50	Perímetro de região, envolvendo circunferência
06	16	24,24	Área de anel circular
07	02	3,00	Comprimento de circunferência
08	08	12,10	Comprimento de circunferência
09	37	56,10	Área de retângulo
10	29	43,90	Composição e decomposição de figura, cálculo de perímetro

Fonte: Produzido pela autora

Observando os dados coletados no Pré-Teste podemos verificar que as questões 2 e 3 foram as que os alunos tiveram maior percentual de acertos com 84,80% e 98,50%, vemos também que essas questões foram organizadas utilizando Malha Quadriculada, entretanto a questão 4 também envolve Malha Quadriculada mas como trata de comprimento de circunferência o resultado não foi o esperado em comparação às questões anteriores. Já as questões 5 e 7 que envolvem cálculo do Comprimento da Circunferência foram as que tiveram um percentual mais baixo de acerto, de 4,50% e 3,00%, respectivamente.

Separamos os dados coletados no Pré-Teste dos alunos que participaram do Reforço Escolar e dos demais alunos que compõem as duas turmas pesquisadas, obtendo assim as Tabelas 4 e 5.

Tabela 4 – Resultados do Pré-Teste - ALUNOS DO REFORÇO ESCOLAR

Questão	Quantidade de acertos	Acertos(%)
01	06	24
02	18	72
03	24	96
04	07	28
05	02	08
06	07	28
07	2	08
08	07	28
09	12	48
10	11	44

Fonte: Produzido pela autora

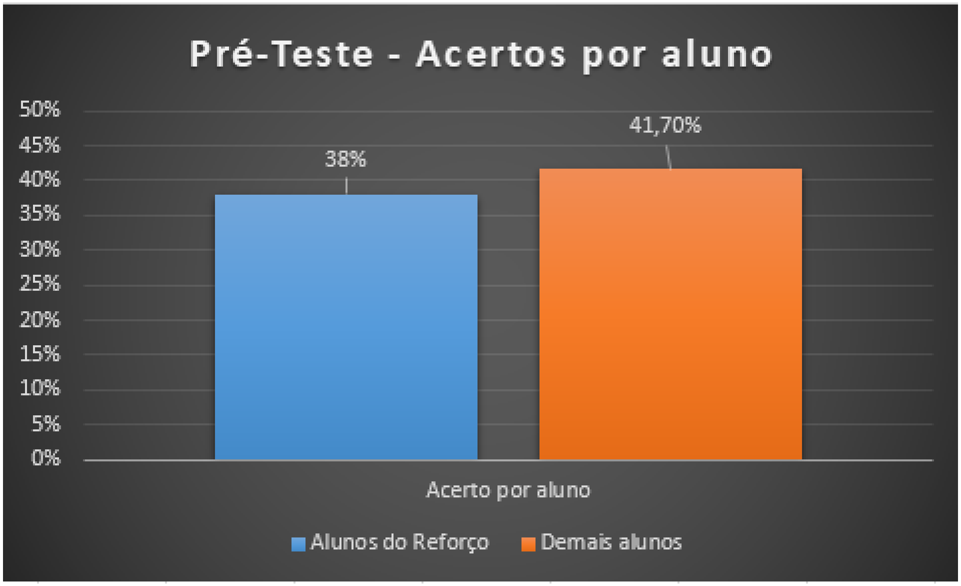
Tabela 5 – Resultados do Pré-Teste - DEMAIS ALUNOS

Questão	Quantidade de acertos	Acertos(%)
01	14	34,14
02	38	92,68
03	41	100
04	24	58,53
05	01	2,44
06	09	21,95
07	00	00
08	01	2,44
09	25	60,97
10	18	43,90

Fonte: Produzido pela autora

Condensando a quantidade de acertos dos alunos que foram encaminhados para o Reforço Escolar, bem como, a quantidade de acertos dos demais alunos que compõem as duas turmas que serão pesquisadas, podemos obter os percentuais médios de acertos por aluno que estão descritos no gráfico abaixo.

Figura 18 – Resultados do Pré-Teste



Fonte: Produzido pela autora

Podemos ver que os alunos que foram encaminhados para o Reforço Escolar estão com percentual de acertos abaixo dos demais alunos que compõem as turmas pesquisadas, demonstrando que também nos conteúdos de Perímetro e Área das Figuras Planas eles possuem dificuldades.

3.2.2 Análise - Pós-Teste

O Pós-Teste (Anexo 2) em sua elaboração constava de 10 (dez) questões, apenas envolvendo os temas que os alunos tiveram dificuldade no Pré-Teste, como vimos que eles dominavam os conteúdos de Perímetro e Área de Figuras Planas com malha quadriculada e Área de Retângulo e Região Poligonal, mas quando levamos o Pós-Teste para apreciação do professor vigente de Matemática das turmas pesquisadas, ele salientou que algumas questões utilizavam cálculos com números irracionais e as turmas não possuíam domínio desses conteúdos. Achamos sensato, retirar essas questões com o objetivo que o Pós-Teste avalie os conteúdos trabalhados nas revisões do professor em sala de aula e na sequência didática aplicada no Reforço Escolar.

Os dados do Pós-Teste foram coletados e condensados, conforme mostra as Tabelas 6, 7 e 8, abaixo, evidenciando o percentual de acerto por questão. Tivemos um total de 08 (oito) alunos faltosos: 02 (dois) alunos do Reforço Escolar e 06 (seis) alunos dos demais que compõem as turmas pesquisadas.

Tabela 6 – Resultados do Pós-Teste

Questão	***Quantidade de Acertos***	***Percentuais de Acertos (%)***	***Temas das questões***
01	31	53,45	Comprimento de circunferência
02	50	86,20	Raio de circunferência
03	40	68,96	Corda, raio e diâmetro de circunferência
04	52	89,65	Comprimento de circunferência
05	56	96,55	Corda, raio e diâmetro de circunferência
06	20	34,48	Perímetro de uma região, envolvendo circunferência
07	13	22,41	Área de circunferência

Fonte: Produzido pela autora

Tabela 7 – Resultados do Pós-Teste - ALUNOS DO REFORÇO ESCOLAR

Questão	***Quantidade de acertos***	***Acertos (%)***
01	17	73,91
02	19	82,60
03	21	91,30
04	21	91,30
05	22	95,65
06	09	39,13
07	07	30,43

Fonte: Produzido pela autora

Tabela 8 – Resultados do Pós-Teste - DEMAIS ALUNOS

Questão	***Quantidade de acertos***	***Acertos (%)***
01	14	60,86
02	31	88,57
03	19	54,28
04	31	88,57
05	34	97,14
06	11	31,42
07	06	17,14

Fonte: Produzido pela autora

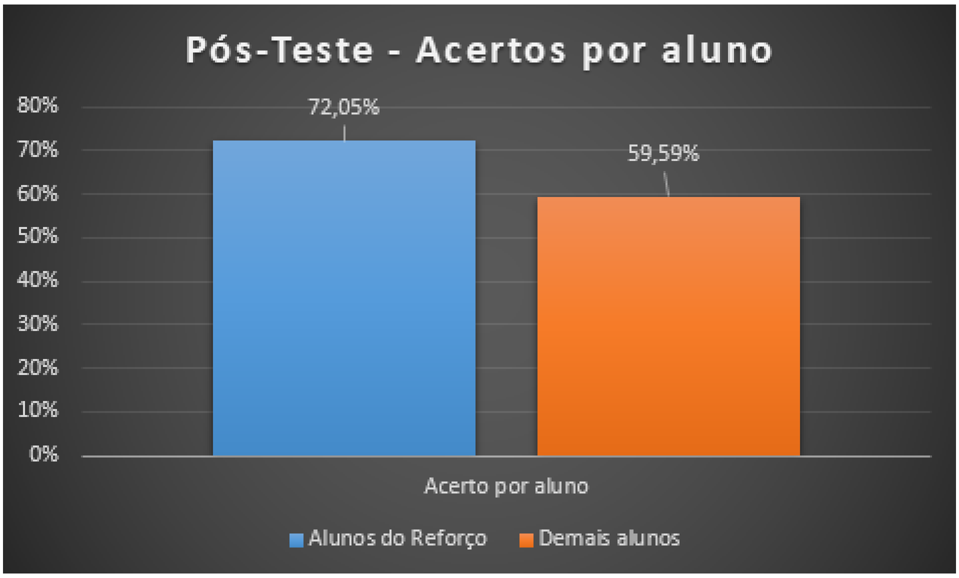
Tabela 9 – Comparação dos Resultados do Pós-Teste

ALUNOS	Presentes	Média de Acerto por aluno
Alunos que participaram do Reforço Escolar	23	72,05%
Demais alunos das turmas pesquisadas	35	59,59%

Fonte: Produzido pela autora

Podemos observar esses resultados para uma melhor comparação no gráfico abaixo:

Figura 19 – Comparação dos Resultados do Pós-Teste



Fonte: Produzido pela autora

Comparando os resultados dos alunos que participaram da Sequência Didática que tiveram em média 72,05% de acerto com os resultados dos demais alunos que participaram apenas das revisões feitas pelo professor vigente de Matemática, que tiveram em média 59,59% de acerto, podemos ver que os alunos que participaram da Sequência Didática tiveram um melhor resultado, com cerca de 20% acima do percentual dos demais alunos, ressaltando que os alunos que fazem o Reforço Escolar estavam com baixo rendimento escolar.

Conclusão

A busca por novas ações pedagógicas, visando facilitar o processo ensino-aprendizagem tem sido o anseio de muitos professores de Matemática. As diferenças entre os níveis de conhecimento de alunos de uma mesma turma pode ser também um fator que traga dificuldade ao processo.

O desenvolvimento da Sequência Didática proposta neste trabalho, realizada com alunos do Reforço Escolar (baixo rendimento escolar), demonstrou que ações pedagógicas que envolvam construção e manipulação de figuras planas, podem contribuir para uma aprendizagem significativa, reiterando o que Kamii e DeClark (1986 apud LORENZATO, 2006) ressaltam sobre o conhecimento matemático, "conhecimento físico é aquele que existe na realidade externa que as pessoas vêem e é diferente do conhecimento matemático: este consiste na relações que o indivíduo constrói em sua mente". A oficina de construção de figuras planas e medição de contornos, trouxe aos alunos habilidades e competências para estabelecer relações entre as fórmulas matemáticas e o significado dos objetos matemáticos (figuras), baseando-se na argumentação os alunos puderam resolver problemas sem utilização de fórmulas. Com as atividades com os Geoplanos, os alunos puderam verificar relações entre perímetro e área de figuras planas e os elementos de uma circunferência. Podemos observar também, a segurança dos alunos ao fazerem as atividades durante a Oficina, demonstrando a apropriação dos significados de cada objeto matemático (figuras) e suas características.

Quanto à comparação entre o resultado do Pré-Teste e do Pós-Teste dos alunos do Reforço Escolar (baixo rendimento escolar), podemos verificar um desenvolvimento qualitativo e quantitativo muito expressivo, ficando com um percentual de acertos 20% superior ao resultado dos demais alunos no Pós-Teste.

Dessa forma, respeitar a individualidade de cada aluno passa a ser necessidade no processo ensino-aprendizagem, onde as dificuldades que cada aluno possui em Matemática possam ser vistas como um norteador para a prática educativa do professor.

Os resultados desse trabalho nos trouxe encorajamento para inserir novas sequências didáticas com construção e manipulação de objetos nas aulas de Matemática, bem como, pensando no futuro, organizar um Laboratório de atividades de Geometria para serem vivenciadas na Escola pesquisada em todas as séries/anos do Ensino Fundamental II. Esperamos também que possa auxiliar professores do Ensino Fundamental na escolha de Sequências Didáticas para o ensino de Perímetro e Área de Figuras Planas.

Referências

ÁVILA, G. Legendre e o postulado das paralelas. *Revista do Professor de Matemática, São Paulo*, n. 22, p. 16–28, 1992.

BARBOSA, J. L. M. *Geometria euclidiana plana*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

BICUDO, I. et al. *Os elementos*. [S.l.]: Unesp, 2009.

BOYER, C. B. História da matemática; tradução: Elza f. *Gomide. São Paulo, Edgard Blucher*, 1974.

BRASIL. *Ministério da Educação e Cultura. Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 05 nov. 2019.

CABRAL, N. F. Sequências didáticas: estrutura e elaboração. *Belém PA: SBEM/SBEM-PA*, 2017.

GLOBO CIÊNCIA. *A história da geometria euclidiana do antigo Egito às salas de aula*. 2011. Disponível em: <http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2011/12/historia-da-geometria-euclidiana-do-antigo-egito-salas-de-aula.html>. Acesso em: 05 nov. 2019.

GLOBO.COM - G1/EDUCAÇÃO. *Brasil cai em ranking mundial de educação em matemática e ciências; e fica estagnado em leitura*. 2019. Disponível em: <https://glo.bo/2SoXcO8>. Acesso em: 07 dez. 2019.

INEP. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anisio Teixeira. Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA)*. 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/pisa>. Acesso em: 07 dez. 2019.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. *Campinas. Autores Associados, 2006a.(Formação de Professores)*, 2006.

MACHADO, A. R. Uma experiência de assessoria docente e de elaboração de material didático para o ensino de produção de textos na universidade. *DELTA: Documentação e Estudos em Linguística Teórica e Aplicada*, SciELO Brasil, v. 16, n. 1, 2000.

MIORIM, M. Â. et al. O ensino de matemática: evolução e modernização. [sn], 1995.

MOL, R. S. *Introdução à História da Matemática, Editora CAED-UFMG, Belo Horizonte, 138 p.* 2013.

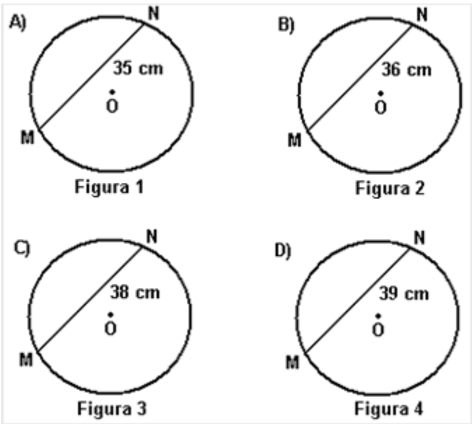
PCN, P. C. N. Matemática. *Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF*, 1998.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar; tradução ernani f. da f. *Rosa. Porto Alegre: Artmed*, 1998.

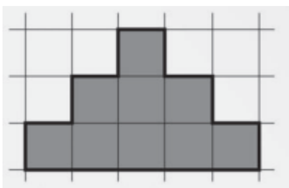
Anexo 1 - Pré-Teste

Dados de Identificação	
Disciplina:	Matemática
Professor:	
Aluno(a):	

1. (Oficina de Itens/2010) Nas figuras abaixo, estão desenhadas quatro circunferências, todas com o raio medindo 18 cm. A figura que indica a medida correta da corda $\overline{MN}$ é:

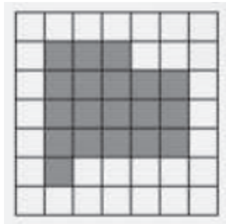


2. (Oficina de Itens/2010) Ana desenhou o modelo de seu bordado na malha quadriculada abaixo. Cada quadradinho dessa malha tem 1 cm de lado.



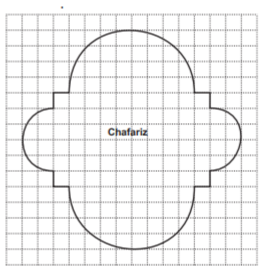
Quanto mede o contorno da figura desenhada por Ana?
a) ( ) $9cm$
b) ( ) $11cm$
c) ( ) $15cm$
d) ( ) $16cm$

3. (Oficina de Itens/2010) Veja a figura cinza desenhada na malha quadriculada abaixo. A medida da área de cada quadradinho da malha é igual a $1cm^2$.



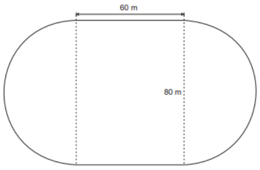
Qual é a medida da área dessa figura cinza?
a)( ) $19cm^2$
b)( ) $20cm^2$
c)( ) $28cm^2$
d)( ) $49cm^2$

4. (SAEPE/2016) Na praça principal de uma cidade tem um chafariz cujo formato está representado na malha quadriculada abaixo, em que o lado de cada quadradinho equivale a 2 metros. Em uma reforma, os azulejos que revestem o fundo do tanque desse chafariz foram trocados por novos.



Quantos metros quadrados de azulejos, no mínimo, foram utilizados para cobrir todo o fundo desse chafariz?
a) ( ) $20(\pi + 3)$
b) ( ) $20(4\pi + 3)$
c) ( ) $24(\pi + 10)$
d) ( ) $80(\pi + 3)$
e) ( ) $80(4\pi + 3)$

5. (SAEPE/2016) Em um shopping foi inaugurada uma pista de corrida cujo formato é a justaposição de duas semicircunferências e um retângulo com as medidas indicadas no desenho abaixo. Para proteção, existe uma mureta em todo o contorno dessa pista.

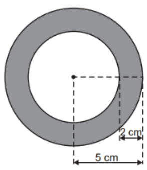


Dado:
$\pi \cong 3,14$

Qual é a extensão dessa mureta de proteção?

a) ( ) $251,20m$
b) ( ) $371,20m$
c) ( ) $622,40m$
d) ( ) $4800m$
e) ( ) $5144m$

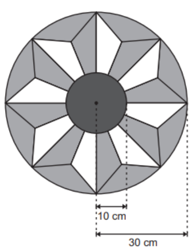
6. (SAEPE/2016) O desenho abaixo é formado por dois círculos concêntricos.



Qual é a medida da área da parte colorida de cinza?

a) ( ) $34\pi cm^2$
b) ( ) $25\pi cm^2$
c) ( ) $21\pi cm^2$
d) ( ) $16\pi cm^2$
e) ( ) $13\pi cm^2$

7. (SAEPE/2016) Uma artesã construiu uma mandala em formato circular e contornou o maior círculo com fita. Os raios dos círculos da mandala encontram-se representados no desenho abaixo.



Dado:
$\pi \cong 3,1$

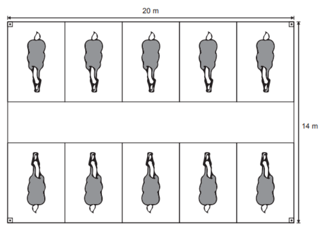
Qual foi a quantidade mínima, aproximada, de fita utilizada pela artesã para confeccionar essa mandala?

a) ( ) $60cm$
b) ( ) $93cm$
c) ( ) $124cm$
d) ( ) $186cm$
e) ( ) $248cm$

8. (SAEPE/2016) Lucas é atleta e, como treinamento, dá diariamente 6 voltas completas em uma pista circular de raio 50 m. A distância aproximada, em metros, percorrida diariamente por Lucas nessa pista é: (Use: $\pi \cong 3,14$)

a) ( ) 15700
b) ( ) 7850
c) ( ) 1884
d) ( ) 314
e) ( ) 300

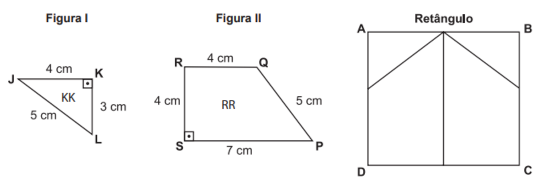
9. Observe, no desenho abaixo, o esquema de um estábulo que foi construído para acomodar dez cavalos.



Qual é a medida da área ocupada por esse estábulo?

a) ( ) $960m^2$
b) ( ) $280m^2$
c) ( ) $140m^2$
d) ( ) $68m^2$
e) ( ) $34m^2$

10. Marcos usou dois triângulos e dois trapézios idênticos aos das figuras I e II para construir o retângulo $ABCD$, conforme o desenho abaixo.



Qual é a medida do perímetro do retângulo $ABCD$ construído por Marcos?

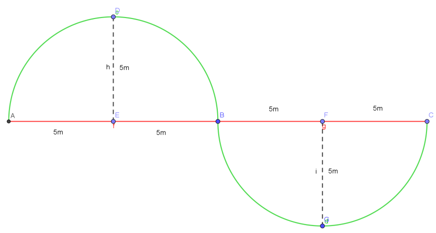
a) ( ) $30cm$
b) ( ) $32cm$
c) ( ) $44cm$
d) ( ) $47cm$
e) ( ) $56cm$

"A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida"
(Jacques Bernoulli)

Anexo 2 - Pós-Teste

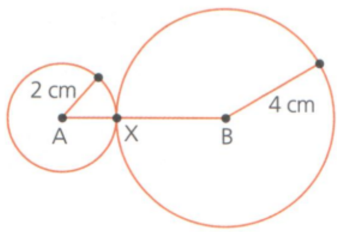
Dados de Identificação	
Disciplina:	Matemática
Professor:	
Aluno(a):	

1. (PROJETO TELÁRIS, 9º ano - Adaptada) Maria deseja ir do ponto A a C, quanto ela percorreria a mais pegando o caminho verde ao invés do caminho vermelho? Use $\pi \cong 3,1$



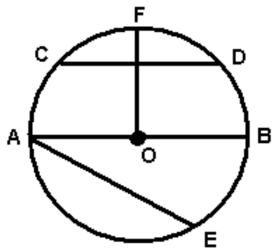
a) ( ) $3,1m$
b) ( ) $13,1m$
c) ( ) $11m$
d) ( ) $10m$

2. (TICs na Matemática) Na figura, as circunferências de centro A e B tocam-se no ponto X.



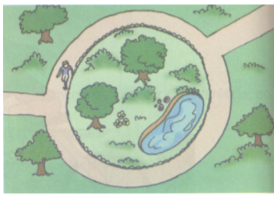
A distância AB é:
a) ( ) maior que 6 cm
b) ( ) 6 cm
c) ( ) 5 cm
d) ( ) menor que 5 cm

3. (TICs na Matemática) Na circunferência abaixo, de centro O, os segmentos $\overline{CD}$, $\overline{OF}$ e $\overline{AB}$ são, nessa ordem:



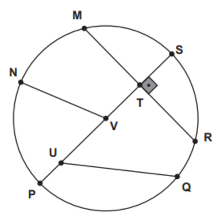
a) ( ) corda, raio e diâmetro
b) ( ) diâmetro, raio e corda
c) ( ) raio, corda e diâmetro
d) ( ) corda, diâmetro e raio

4. (TICs na Matemática) Uma pessoa pretende colocar meio fio em torno de uma praça circular de raio 20m. Sabendo que o contorno da praça pode ser calculado pela seguinte expressão: $C = 2\pi R$, onde R é o raio e considere $\pi \cong 3$.



A medida do contorno da praça é:
a) ( ) $50m$
b) ( ) $100m$
c) ( ) $40m$
d) ( ) $120m$

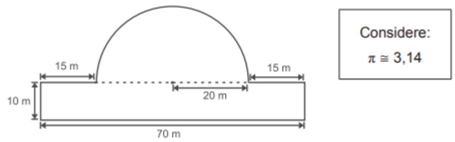
5. (SAEPE - Pacto pela Educação - Adaptada) Sendo V o centro da circunferência, observe os segmentos destacados abaixo:



Qual desses segmentos corresponde ao diâmetro dessa circunferência?
a) ( ) $\overline{VN}$

b) ( ) $\overline{TS}$
c) ( ) $\overline{RM}$
d) ( ) $\overline{QU}$
e) ( ) $\overline{PS}$

6. (SAEPE - Pacto pela Educação) Letícia costuma caminhar em volta de uma praça formada por uma região retangular e um semicírculo. O contorno dessa praça está representado no desenho abaixo.



Qual é a distância aproximada que Letícia percorre ao dar uma volta completa ao redor dessa praça?
a) ( ) $748m$
b) ( ) $245,6m$
c) ( ) $182,8m$
d) ( ) $160m$
e) ( ) $151,4m$

7. (SAEPE - Pacto pela Educação - Adaptada) Na casa de Luana, havia um jardim de formato circular com 12 m de diâmetro. Para cortar custos, a área desse jardim foi reduzida à quarta parte, mantendo o mesmo formato circular. Qual é a medida do *novo diâmetro* do jardim após essa redução?
(Considere: $\pi \cong 3$)
$a)()$6 m
$b)()$9 m
$c)()$12 m
$d)()$24 m
$e)()$48 m

Desejo uma boa atividade a todos!