

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PROFMAT



PROFMAT



UFRPE



A GEOMETRIA DO MOSAICO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A

APRENDIZAGEM SOBRE POLÍGONOS

TATIANA MARIA DOMINGUES DE OLIVEIRA

RECIFE

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PROFMAT



PROFMAT



UFRPE



**A GEOMETRIA DO MOSAICO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A
APRENDIZAGEM SOBRE POLÍGONOS**

TATIANA MARIA DOMINGUES DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada como pré-requisito
para obtenção do título em Mestre
Profissional em Matemática, sob a orientação
do Prof. Dr. Jorge Antonio Hinojosa Vera.

RECIFE

2013

A Geometria do Mosaico:

Uma sequência didática para a aprendizagem sobre polígonos.

TATIANA MARIA DOMINGUES DE OLIVEIRA

Recife, 22 de março de 2013.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Adriano Regis Melo Rodrigues da Silva
Universidade Federal Rural de Pernambuco / DM

Profa. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima
Universidade Federal Rural de Pernambuco / DED

Prof. Dr. Jorge Antonio Hinojosa Vera
Universidade Federal Rural de Pernambuco / DM

Prof. Dr. Vicente Francisco de Souza Neta
Universidade Católica de Pernambuco



DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, tias, irmãs, cônjuge e amigos que me apoiaram durante a sua elaboração.

E a minha irmã Renata que não esteve presente no final desta conquista, mas que sempre estará nos meus pensamentos.

AGRADECIMENTOS

Aos professores pelo apoio recebido durante a realização do PROFMAT:

Adriano Regis Melo Rodrigues da Silva,
Maité Kulesza;
Maria Eulália de Moraes Melo,
Paulo Roberto Santiago,
Rodrigo José Gondim Neves.

Em especial ao professor Jorge Antonio Hinojosa Vera cujos comentários e sugestões em muito contribuíram à conclusão deste trabalho.

Aos queridos colegas de classe que muito me ajudaram e as nossas boas risadas.

RESUMO

Este trabalho está baseado nas atividades propostas em Matemática na Prática, Módulo I Desafio Geométrico de Cláudio Carlos Dias e João Carlos Vieira Sampaio, seguindo a sugestão do banco indutor do PROFMAT na opção da modalidade 2, adequando à realidade dos alunos envolvidos. Aplicado à turma do 2º ano do ensino médio do turno noturno da Escola Eleanor Roosevelt, a proposta se desenvolve enfocando dois aspectos, o teórico e o prático. Tem como objetivo aplicar uma sequência didática de ensino sobre polígonos regulares e seus elementos a partir da confecção e estudo de mosaicos com figuras poligonais variadas. Visando tornar o aluno um observador da existência da geometria plana em sua volta, explorando a criatividade para a construção de conceitos geométricos pouco vistos no ensino básico.

PALAVRAS-CHAVE: SEQUÊNCIA DIDÁTICA. POLÍGONOS. ÂNGULOS. MOSAICO GEOMÉTRICO.

ABSTRACT

This paper was based on the activities proposed in “Matemática na Prática”, Module I “Desafio Geométrico” by Claudio Carlos Dias and João Carlos Vieira Sampaio, following the suggestion of the bank inductor PROFMAT option Mode 2, matching the reality of the students involved. It was applied to a class of 2nd graders of high school - the night shift - at Eleanor Roosevelt School. The proposal is developed focusing on two aspects, the theoretical and the practical. It aims to apply a didactic sequence teaching on regular polygons and their elements from the study and making of mosaics with various polygons in order to make the student aware of the existence of plane geometry around them, exploring creativity to construct geometric concepts hardly ever seen in Basic Education.

KEYWORDS: DIDACTIC SEQUENCE; POLYGONS; ANGLES; GEOMETRIC MOSAIC

Sumário

Introdução	1
Capítulo 1: Descrição das Atividades	3
1.1. Atividade 1: Definição de um Polígono Regular	3
1.2. Atividade 2: Elaboração de Polígono Regular.....	5
1.2.1 Construção do Triângulo Equilátero	7
1.2.2 Construção do Quadrado.....	7
1.2.3 Construção do Hexágono Regular	8
1.2.4 Construção do Octógono Regular.....	9
1.3. Atividade 3: Apresentação de Mosaicos	10
1.4. Atividade 4: Construção dos Mosaicos.....	11
1.5. Atividade 5: Determinar a Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo	12
1.6. Atividade 6: Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Regular	13
1.7. Atividade 7: Ângulo Interno e Externo de um Polígono Regular.....	14
1.8. Atividade 8: Verificação de Aprendizagem.....	15
Capítulo 2: Avaliação Prévia.....	16
Capítulo 3: Metodologia de Aplicação	17
3.1. Diagnose da Escola Eleanor Roosevelt	17
3.2. Descrição da Turma	19
3.3. Descrição da Aplicação da Sequência Didática.....	21
3.4. Instrumento de coleta de dados.....	22
3.5. Método da coleta de dados.....	22
Capítulo 4: Análise de Resultados.....	23
4.1. Análise da Atividade 2: Elaboração de Polígono Regular	23
4.2. Análise da Atividade 4: Construção dos Mosaicos	32
4.3. Análise da Atividade 8: Verificação de Aprendizagem	37
Capítulo 5: Análise Geral.....	44
Considerações Finais.....	45
Referências Bibliográficas	47
Índice de Figuras	48
Índice de Tabelas.....	50
Anexo – Verificação de Aprendizagem	51

Introdução

Não há documentos que assegurem a origem da geometria, pois o período pré-histórico é mais antigo que a escrita. *“Mas ideias são como sementes resistentes, e às vezes a origem presumida de um conceito pode ser apenas a reaparição de uma ideia muito mais antiga que ficara esquecida”*. [1, p. 5]

Assim, as primeiras pinturas rupestres conhecidas da era paleolítica, onde o homem vivia da caça, da pesca e da coleta de sementes, frutos e raízes, que foram provavelmente realizadas por motivos mágicos, associadas a rituais sagrados para garantir uma maior quantidade e melhor qualidade da caça, impulsionaram os caminhos para o surgimento das representações e das relações entre as formas, precursoras das expressões por meio de gráficos e da escrita.

Autores como Eves [2] acreditam que a análise das simetrias existentes na natureza teria levado o homem a utilizar tais representações e a perceber suas regularidades. Pode-se considerar que tanto a observação da natureza como as necessidades cotidianas teriam contribuído, em maior ou menor grau, para o surgimento das representações geométricas.

Refletindo sobre a origem da geometria, seria natural que seu estudo se desse de forma articulada com o mundo que nos cerca, e não fragmentada, como se houvesse obstáculos entre as demais disciplinas, mas essas discussões ocorreram a partir da década de 90 do século XX através da Reforma do Ensino Médio, com a concepção dos trabalhos interdisciplinares. Onde *“(...) A Reforma defende o modelo de Ensino por Investigação, que, quando abordado por equipes de professores das diversas disciplinas, fundamenta-se na contextualização e na interdisciplinaridade. (...)”*. [3, p. 135]

E de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio de Matemática, que diz: *“O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano (...)”* [4, p. 75], conclui-se que é fundamental que os estudos de espaço e forma sejam explorados em contextos com o mundo físico permitindo que o aluno estabeleça conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Como a maior parte dos alunos do ensino médio do turno noturno da Escola Eleanor Roosevelt, onde leciono a disciplina de matemática, são oriundos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em que fazem os 4 anos do ensino fundamental em 2 anos

ou estão sem estudar já há algum tempo, conceitos como de geometria plana são poucos explorados. Pensando numa situação-problema para elaboração do trabalho de conclusão, foi observado que esses alunos têm dentre outras atividade a construção civil, motivo pelo qual despertou o interesse em dar um tratamento prático ao assunto.

Assim, o objetivo é de investigar e consolidar os conceitos de polígonos aprendidos por alunos do 2º ano do ensino médio, a fim de que estes alunos consigam estabelecer fórmulas para a soma dos ângulos internos e externos de polígonos regulares, explorando padrões geométricos num mosaico com manuseio de régua e transferidor, relacionando arte e geometria.

Capítulo 1: Descrição das Atividades

Nesse capítulo, serão apresentadas as atividades a serem aplicadas em forma de aulas com o seu procedimento metodológico onde se abordam conceitos matemáticos referentes a polígonos regulares.

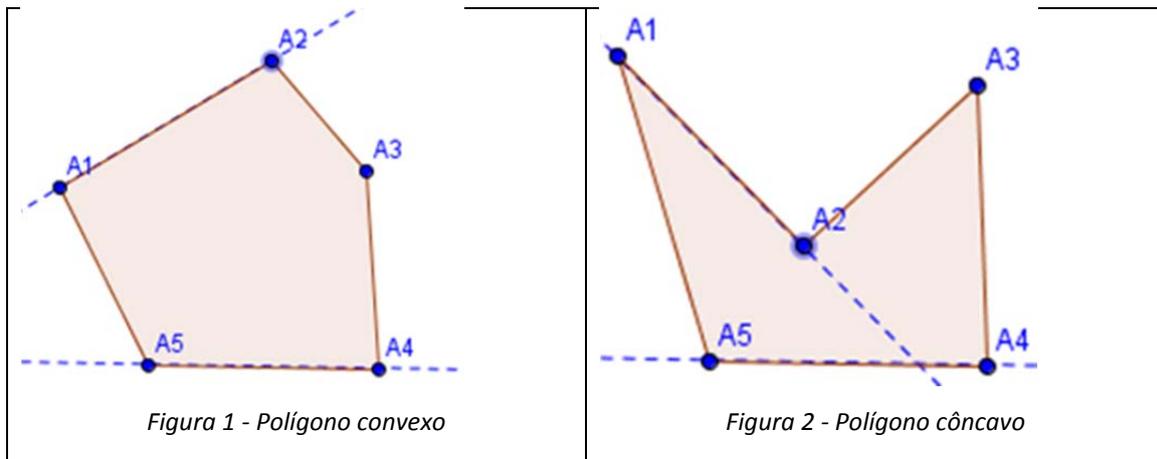
1.1. Atividade 1: Definição de um Polígono Regular

Figura plana limitada por segmentos de reta, chamados lados dos polígonos onde cada segmento de reta, intersecta exatamente dois outros extremos.

Um polígono de “n” vértices é convexo se, e somente se, a reta determinada por dois vértices consecutivos quaisquer deixam todos os demais $(n - 2)$ vértices num mesmo semi-plano dos dois que ela determina. [5]

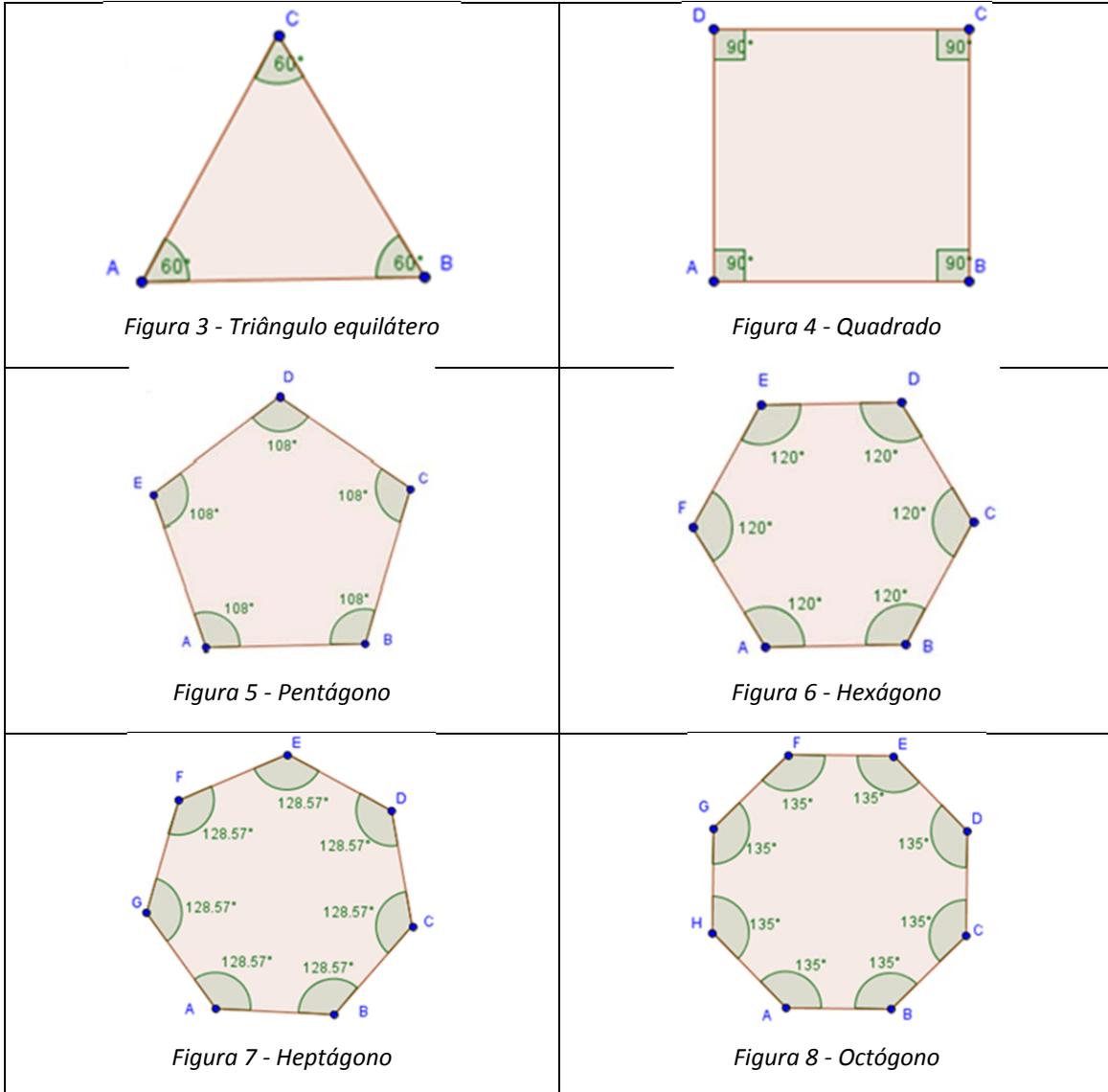
Se um polígono não é convexo, diz-se que é côncavo.

Exemplos:



Um polígono convexo é regular, se e somente se, todos os seus lados são congruentes e todos seus ângulos internos são congruentes. [5]

Exemplificando os seguintes polígonos regulares: triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, heptágono e octógono. Com os seus respectivos ângulos internos e chamando a atenção do nome do polígono e a quantidade de lados.



Atividade para Casa:

Fazer uma pesquisa na internet sobre a denominação dos diversos polígonos regulares e anotar no caderno. Verificar a relação do nome com o número de lados, observando que a terminação da palavra é sempre “gono” (de origem grega e significa ângulo), enquanto que o início depende do número de lados do polígono.

1.2. Atividade 2: Elaboração de Polígono Regular

Construir individualmente com régua e transferidor os seguintes polígonos regulares: Triângulo Equilátero; Quadrado; Hexágono Regular; Octógono Regular. Embora o uso de instrumentos como o compasso deixarem as figuras mais definidas e fáceis de construir, a opção pelo uso do transferidor se dá pelo fato de acreditar que a medida do ângulo fica diretamente relacionada ao polígono regular, promovendo um estímulo inicial para a construção do mosaico e assim enfatizar modelos mentais no desenvolvimento de estratégias na aquisição de habilidades cognitivas, tendo como auxílio a Base Curricular Comum de Pernambuco, que diz: “... *As construções geométricas, com o uso de instrumentos de desenho, também podem contribuir para a identificação das primeiras propriedades das figuras planas*”. [6, p. 90]

Colocado a disposição dos alunos: régua, transferidor e papel ofício. Onde cada etapa da construção foi exposta passa a passo no quadro branco.

Antes da construção os alunos foram instruídos com algumas técnicas para traçar retas, marcar pontos e medir ângulos:

- ✓ Ao traçar uma reta, nunca ir e voltar com o lápis, ou seja, o traço tem que ser único;
- ✓ Para marcar um ponto sobre uma reta, traça-se um pequeno segmento que intersecte a reta. O cruzamento da reta com o pequeno segmento é o ponto.
- ✓ Nunca fazer uma bola sobre o local desejado para minimizar os erros;
- ✓ Utilizar lápis e afinar sempre a ponta com uma lixa de unha, para que os traços sejam finos;
- ✓ Como o material utilizado não é profissional, sempre haverá erros nas construções, pois o transferidor e a régua são do tipo usual/escolar e não técnico;
- ✓ Ao terminar o desenho verificar se todos os lados ficaram com as mesmas medidas, assim como os ângulos, caracterizando o polígono regular.

Também foi apresentado e orientado o uso de régua graduada e de transferidores.

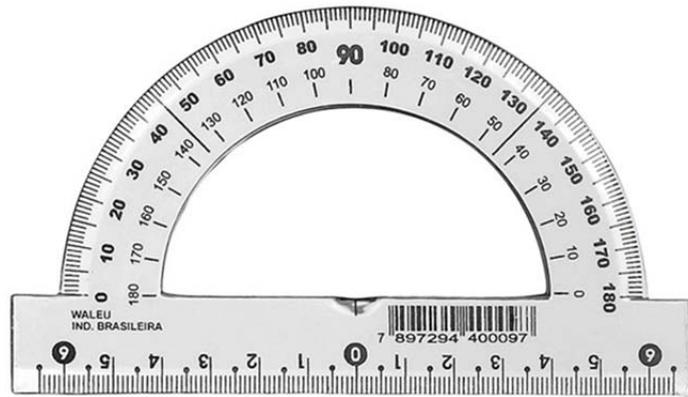


Figura 9 - Transferidor e Régua Graduada

Construção e medida de ângulos usando o transferidor:

O transferidor pode ser de meia volta (180°) ou de volta completa (360°) e é composto dos seguintes elementos:

- Graduação: corresponde à circunferência ou semicircunferência externa, dividida em 360 ou 180 graus respectivamente.
- Linha de fé: segmento de reta que corresponde ao diâmetro do transferidor, passando pelas graduações 0° e 180° .
- Centro: corresponde ao ponto médio da linha de fé.

Também foram orientados que para traçar qualquer ângulo se deve:

- ✓ Fazer coincidir o centro do transferidor com o vértice do polígono marcado na reta;
- ✓ A reta deve coincidir com a linha de fé;
- ✓ A contagem é feita a partir de 0° até atingir a graduação que corresponde ao ângulo desejado;
- ✓ Marcar um leve ponto de referência na graduação;
- ✓ Retira-se o transferidor e traça-se uma reta ligando o vértice do polígono com o ponto marcado correspondente ao ângulo.

1.2.1 Construção do Triângulo Equilátero

- Traçar uma reta r ;
- Marcar um ponto “A” sobre a reta r ;
- A partir de A, medir com a régua 4 cm à direita, e marcar o ponto “B”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto A;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 60° no sentido anti-horário;
- Traçar a reta “ s ” ligando o ponto A passando pela marca do ângulo de 60° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto B;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 60° no sentido horário;
- Traçar a reta “ t ” ligando o ponto B através da marca do ângulo de 60° e cortando a reta s ;
- O encontro das retas s e t é o ponto “C” do triângulo equilátero.

1.2.2 Construção do Quadrado

- Traçar uma reta r ;
- Marcar um ponto “A” sobre a reta r ;
- A partir de A, medir com a régua 4 cm à direita, e marcar o ponto “B”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto A;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 90° ;
- Traçar a reta “ s ” ligando o ponto A passando pela marca do ângulo de 90° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto B;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 90° ;
- Traçar a reta “ t ” ligando o ponto B através da marca do ângulo de 90° ;
- Na reta s , partindo de A, medir 4 cm e marcar o ponto “D”;
- Na reta t , partindo de B, medir 4 cm e marcar o ponto “C”;
- Ligar os pontos C e D através de um segmento de reta.

1.2.3 Construção do Hexágono Regular

- Traçar uma reta r ;
- Marcar um ponto “**A**” sobre a reta r ;
- A partir de A, medir com a régua 4 cm à direita, e marcar o ponto “**B**”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto A;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 120° no sentido anti-horário;
- Traçar a reta “ s ” ligando o ponto A passando pela marca do ângulo de 120° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto B;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 120° no sentido horário;
- Traçar a reta “ t ” ligando o ponto B passando pela marca do ângulo de 120° ;
- Sobre a reta s partindo do ponto A medir 4 cm e marcar o ponto “**F**”;
- Sobre a reta t partindo do ponto B medir 4 cm e marcar o ponto “**C**”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta s e o centro no ponto F;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 120° no sentido anti-horário;
- Traçar a reta “ m ” ligando o ponto F passando pela marca do ângulo de 120° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ t ” e o centro no ponto C;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 120° no sentido horário;
- Traçar a reta “ n ” ligando o ponto C passando pela marca do ângulo de 120° ;
- Sobre a reta m partindo do ponto F medir 4 cm e marcar o ponto “**E**”;
- Sobre a reta n partindo do ponto C medir 4 cm e marcar o ponto “**D**”;
- Ligar os pontos D e E através de um seguimento de reta.

1.2.4 Construção do Octógono Regular

- Traçar uma reta r ;
- Marcar um ponto “A” sobre a reta r ;
- A partir de A, medir com a régua 4 cm à direita, e marcar o ponto “B”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto A;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 135° no sentido anti-horário;
- Traçar a reta “ s ” ligando o ponto A passando pela marca do ângulo de 135° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ r ” e o centro no ponto B;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 135° no sentido horário;
- Traçar a reta “ t ” ligando o ponto A passando pela marca do ângulo de 135° ;
- Sobre a reta s partindo do ponto A medir 4 cm e marcar o ponto “H”;
- Sobre a reta t partindo do ponto B medir 4 cm e marcar o ponto “C”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta s e o centro no ponto H;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 135° no sentido anti-horário;
- Traçar a reta “ m ” ligando o ponto H passando pela marca do ângulo de 135° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ t ” e o centro no ponto C;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 135° no sentido horário;
- Traçar a reta “ n ” ligando o ponto C passando pela marca do ângulo de 135° ;
- Sobre a reta m partindo do ponto H medir 4 cm e marcar o ponto “G”;
- Sobre a reta n partindo do ponto C medir 4 cm e marcar o ponto “D”;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ m ” e o centro no ponto G;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 135° no sentido anti-horário;
- Traçar a reta “ o ” ligando o ponto G passando pela marca do ângulo de 135° ;
- Ajustar o transferidor colocando a linha de fé sobre a reta “ n ” e o centro no ponto D;
- Marcar levemente um ponto na graduação de 135° no sentido horário;
- Traçar a reta “ p ” ligando o ponto D passando pela marca do ângulo de 135° ;
- Sobre a reta “ o ” partindo do ponto G medir 4 cm e marcar o ponto “F”;
- Sobre a reta p partindo do ponto D medir 4 cm e marcar o ponto “E”;
- Ligar os pontos E e F através de um seguimento de reta.

1.3. Atividade 3: Apresentação de Mosaicos

Mosaico [7, p. 443]: 1 - pavimentação de ladrilhos variados; 2 - embutido de pequenas pedras, ou de outras peças de cores, que pela disposição aparentam desenho.

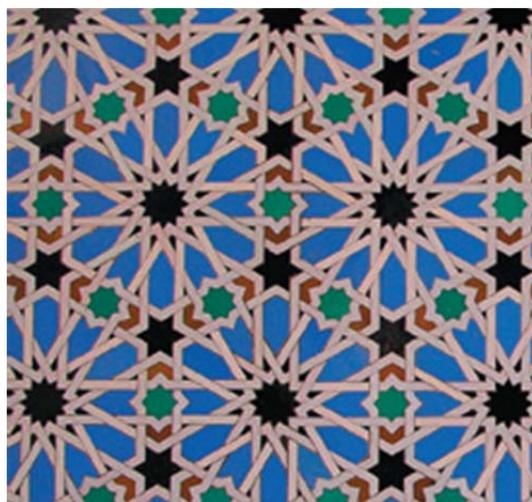


Figura 10 - Mosaico / Fonte: [8, p. 11]

Trabalhando com a composição de mosaicos formados com polígonos regulares de um ou mais tipos. [8] e [9]

Chamando a atenção do alunado com quais polígonos se podem compor o mosaico e o porquê, salientando a soma dos ângulos em cada vértice.

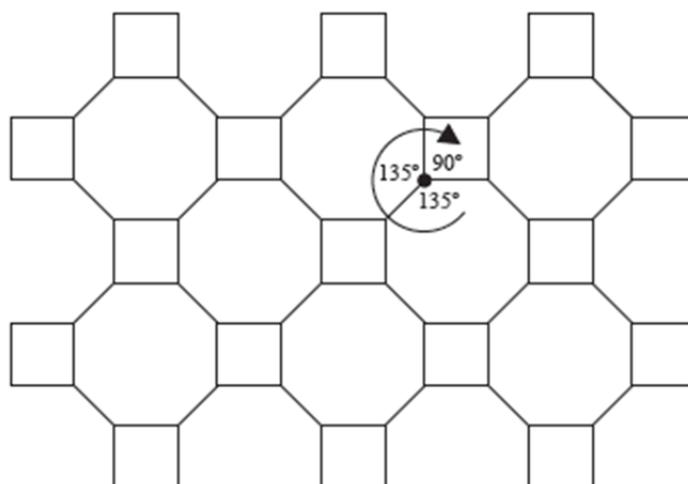


Figura 11- Mosaico / Fonte: [8]

Atividade para Casa:

Fazer uma pesquisa em livros e nos recursos disponíveis, como a internet, sobre mosaicos bem e mal comportados. Onde percebem que no primeiro caso os polígonos possuem a mesma medida de lados.

1.4. Atividade 4: Construção dos Mosaicos

Esta atividade tem como finalidade a construção dos mosaicos geométricos onde os alunos colocam em prática os conteúdos vistos nas construções dos polígonos e a soma dos ângulos para disjunção dos mesmos. Estimulando a criatividade, fazendo uma ponte com a disciplina de artes e interligando com a vida prática como, por exemplo, o assentamento de cerâmica e azulejo, onde foram levantados tópicos como rejunto.

Foi colocada a disposição dos alunos: régua, transferidor, tesoura, cola branca, cartolina guache, cartolina e papéis lustrosos de cores variadas.

A turma foi dividida em sete equipes, que inicialmente seriam formadas por números iguais de alunos, mas depois foi deixado para formação de grupos por afinidades. A classificação das equipes obedeceu a seguinte estrutura:

- A com 3 alunos;
- B com 3 alunos;
- C com 4 alunos;
- D com 4 alunos;
- E com 5 alunos;
- F com 6 alunos; e
- G com 6 alunos.

Cada etapa da construção foi exposta passo a passo no quadro branco.

Primeiramente cada equipe constrói o molde em cartolina guache do polígono que irá precisar, visto que os alunos já aprenderam a construir os polígonos regulares na atividade 2. Para em seguida traçar os polígonos a partir do modelo em papel lustroso, onde cada equipe escolhe a cor desejada. Finalizando com o recorte e a colagem numa cartolina, construindo o seu mosaico.

1.5. Atividade 5: Determinar a Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo

A unicidade da reta paralela passando por um ponto fora de uma reta dada caracteriza o Quinto Postulado de Euclides (300 a.C.) ou postulado das paralelas que é a base da Geometria Euclidiana. Com base neste axioma se pode provar que quando duas retas paralelas distintas intersectam uma transversal, seus ângulos correspondentes são congruentes.

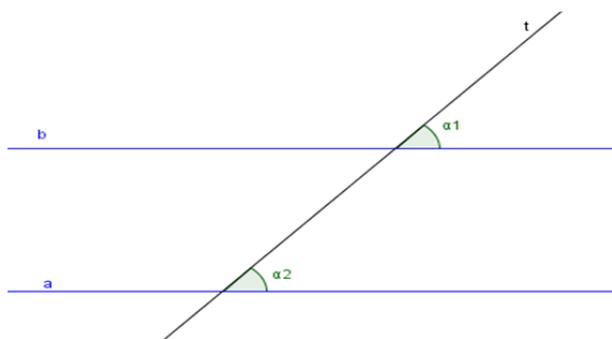


Figura 12 - Os ângulos correspondentes α_1 e α_2 são congruentes

Em qualquer triângulo ABC podem-se construir duas retas paralelas, uma reta prolongando o lado que contém os vértices A e B e a outra contendo o vértice C. Os outros dois lados (AC e BC) encontram-se contidos em retas transversais as retas paralelas.

Observar-se que os três ângulos do triângulo através da congruência dos ângulos correspondentes aparecem no topo do vértice C, formando assim um ângulo raso. Portanto, pode-se deduzir que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° . [10]

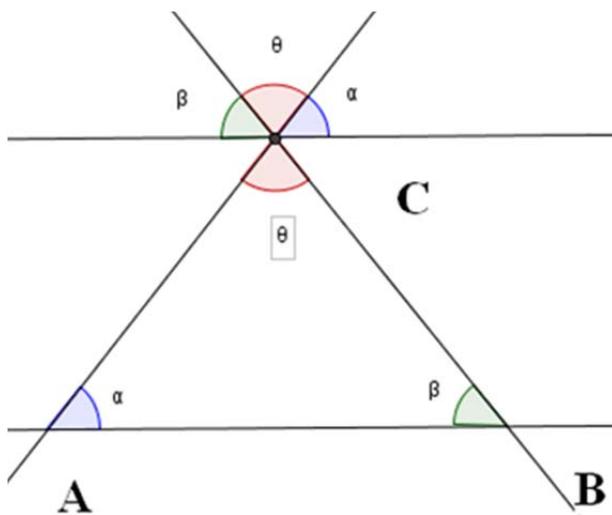


Figura 13 - Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo

1.6. Atividade 6: Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Regular

A diagonal de um polígono é um segmento cujas extremidades são vértices não consecutivos do polígono.

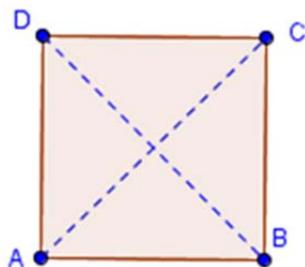


Figura 14 - Exemplos de diagonais AC e BD

Partindo de um vértice fixo de qualquer polígono convexo, traçam-se diagonais com o objetivo de formar triângulos com os lados e suas diagonais.

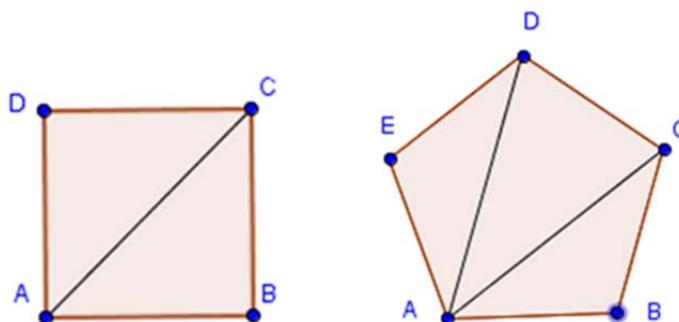


Figura 15 - Número de triângulos formados pelas diagonais

Observa-se que um polígono de quatro lados formam dois triângulos, um de cinco lados formam três triângulos, e assim sucessivamente, logo um polígono de n lados formarão $(n-2)$ triângulos. E como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , conclui-se que a soma dos ângulos internos de qualquer polígono convexo é $(n-2) * 180^\circ$.

Tabela 1 - Soma dos ângulos internos de um polígono.

Polígono Regular	Número de lados	Nº de triângulos	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	$3 - 2 = 1$	$1 * 180^\circ = 180^\circ$
Quadrado	4	$4 - 2 = 2$	$2 * 180^\circ = 360^\circ$
Pentágono	5	$5 - 2 = 3$	$3 * 180^\circ = 540^\circ$
Hexágono	6	$6 - 2 = 4$	$4 * 180^\circ = 720^\circ$
n -ágono	n	$n - 2$	$S_i = (n - 2) * 180^\circ$

1.7. Atividade 7: Ângulo Interno e Externo de um Polígono Regular

Um polígono regular de n lados tem n ângulos internos congruentes entre si, cuja soma será igual a $(n - 2) * 180^\circ$. Assim sendo, cada ângulo interno de um polígono regular de n lados será dado pela igualdade:

$$a_i = \frac{(n - 2) * 180^\circ}{n}$$

Um ângulo externo de um polígono convexo é um ângulo suplementar adjacente a um ângulo interno do polígono, ou seja, é o suplemento do ângulo interno ao prolongar um de seus lados adjacente.

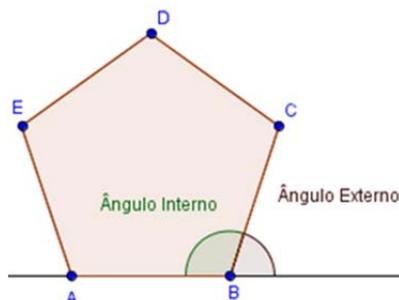


Figura 16 - Ângulo Interno e Externo

Logo, a medida de cada ângulo externo de um polígono regular de n lados será 180° menos a medida do ângulo interno, ou seja: $a_e = 180^\circ - a_i$

$$a_e = 180^\circ - \frac{(n - 2) * 180^\circ}{n} = 180^\circ \left(1 - \frac{n - 2}{n} \right) = 180^\circ \left(\frac{n - n + 2}{n} \right) = 180^\circ \left(\frac{2}{n} \right) = \frac{360^\circ}{n}$$

Portanto o valor do ângulo externo de um polígono regular é um divisor de 360° .

Tabela 2 - Soma dos ângulos internos, valor do ângulo interno e o valor do ângulo externo de um polígono regular.

Polígono Regular	Nº de lados	Soma	Ângulo Interno	Ângulo externo
Triângulo	3	180°	$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$	$\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$
Quadrado	4	360°	$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$	$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$
Pentágono	5	540°	$\frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$	$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$
Hexágono	6	720°	$\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$	$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$
n-ágono	n	$(n - 2) * 180^\circ$	$\frac{(n - 2) * 180^\circ}{n}$	$\frac{360^\circ}{n}$

1.8. Atividade 8: Verificação de Aprendizagem

Objetivando a averiguação da apropriação do conhecimento apresentado ao longo das atividades foi aplicado um exercício individual para avaliar se os conceitos trabalhados de tal maneira foram de fato assimilados, inspirado na Base Curricular Comum, onde, “... *Avaliar seria então a organização (ou estudo) de situações que permitam recolher informações que, após tratamento, sejam susceptíveis de revelar algo de confiável e de substancial sobre o “valor” de um objetivo*”. [6, p. 127]

A avaliação proposta, em anexo, foi composta de quatro exercícios, onde pôde ser explorado o número de lados do polígono regular para o cálculo do ângulo interno, externo e a soma dos ângulos internos. Analisados as resoluções, comentando os erros e acertos de algumas atividades.

Capítulo 2: Avaliação Prévia

Esse capítulo consta da avaliação e dificuldades previamente esperadas. Da análise preliminar está em primeiro lugar a questão do manuseio dos instrumentos de desenhos, pois não é comum realizações de trabalhos envolvendo desenhos geométricos. Os alunos não estão habituados a trabalhar com régua, pois sempre perguntam se, por exemplo, para marcar cinco centímetros começa a medir do zero ou do um. Outro será o uso do transferidor que é instrumento desconhecido pela maioria e irá requerer a presença constante do professor, o que os deixam impacientes, pois querem ser atendidos logo e com isso ficam agitados, tumultuando a aula. Por isso, para a construção de cada polígono será reservado uma aula. Outro aspecto será o comparecimento deles em todas as atividades propostas, pois muitos não são assíduos e como programação esta composta de várias aulas, a compreensão dos conceitos pode ser prejudicada.

Superados os entraves, esperados ou não, que porventura venham a acontecer, espera-se que com uma atividade de criação, os alunos possam se interessar mais, visto que com uma atividade manual e em grupo, o ambiente fique mais descontraído e com isso obtenham uma melhor assimilação do conteúdo proposto.

A escolha de aplicar essa atividade a uma turma do ensino médio foi devido ao fato de saber que a maioria dos alunos está sem estudar já há algum tempo ou vem da Educação de Jovens e Adultos (EJA). E sabendo que as questões algébricas representam um empecilho, ou seja, o uso de fórmulas é um ponto de dificuldade, por isso tem-se a intenção de que as atividades sejam compreendidas para proporcionar ao aluno a autonomia do emprego ou não das fórmulas.

Espera-se que uma proposta de aula diferenciada possa entusiasmar a participação em sala de aula, obter maior frequência dos alunos.

Capítulo 3: Metodologia de Aplicação

Este capítulo está separado em cinco tópicos onde serão abordados os seguintes aspectos:

- I. Descrição da instituição de aplicação da atividade, sua natureza, incluindo a localização e o perfil socioeconômico geral;
- II. O número de alunos participantes, idades aproximadas, atividade diurna por faixa etária, o perfil pedagógico, os conteúdos vistos anteriormente e como foi assimilado, a organização das aulas e como os alunos interagem com a escola;
- III. O processo de aplicação com o número de seções e o tempo de cada etapa;
- IV. Os instrumentos da coleta de dados para avaliação das atividades;
- V. Método aplicado às atividades.

3.1. Diagnose da Escola Eleanor Roosevelt

A escola faz parte da rede estadual de ensino do Estado de Pernambuco, foi fundado dia sete de dezembro de mil e novecentos e sessenta e dois, por Cid Sampaio, governador do Estado entre 1959 e 1963, está situada na Av. Jean Emile Favre s/n na Vila do IPSEP no Município de Recife - PE, CEP 51200-060, telefone: (81) 3181.2787. A origem do seu nome veio de uma homenagem à senhora Eleanor Roosevelt (1884 — 1962) que foi uma embaixadora dos Estados Unidos na Organização das Nações Unidas entre 1945 e 1952, diplomata e ativista dos direitos humanos. Também lembrada como a esposa do ex-presidente dos Estados Unidos, Franklin Roosevelt. A gestão atual é composta por Misael Francisco Silva (Diretor), Vera Lúcia da Silva Lima (Vice-Diretora), Maria da Conceição Lins (Assistente de Direção), três Coordenadoras Pedagógicas: Denise Maria de Souza e Silva, Elizabeth Moura de Souza e Severina Araújo Ramos da Silva, com três técnico-administrativos, quarenta e seis professores e dez funcionários para os serviços gerais. Também possui conselho escolar composto por professores, funcionários e membro da comunidade.

As instalações e mobiliários estão em boa conservação e limpeza, é composta de 12 salas de aulas, 1 laboratório de informática que no momento esta em desuso para os alunos, 10 banheiros, 1 sala de professores, 1 biblioteca, 1 sala de coordenação, 1 cozinha, 1 refeitório e 1 núcleo de línguas que funciona com aulas de Inglês, Espanhol e Francês, projeto do governo estadual. Não possui quadra poliesportiva, os alunos participam das aulas de educação física na sala, no pátio da escola ou na praça em frente à escola.

Atende a clientela de 1.250 estudantes, distribuídos em três turnos: manhã, tarde e noite, assim organizados: Ensino Fundamental: uma turma do 5º ano, dezessete turmas do 6º ao 9º ano; Ensino Médio: cinco turmas do 1º ano, quatro turmas do 2º ano e duas turmas do 3º ano, EJA: duas turmas módulo III e três turmas módulo IV.

A Escola situa-se próximo a Praça da Mauricéia e a avenida principal onde os alunos têm acesso a transportes públicos tanto para os subúrbios quanto para o centro. A maioria dos alunos é de comunidades circunvizinhas: IPSEP, Mauricéia e Imbiribeira e outra parcela de outros bairros: Afogados e Ibura. Composta em sua maioria por pessoas de baixa renda, com um nível de escolaridade básico e ainda com um razoável índice de analfabetos funcionais.

Entretanto o corpo docente tenta atender as necessidades vitais e pedagógicas da comunidade escolar, em todos os níveis de ensino, valorizando o desenvolvimento humano e a formação de cidadão crítico consciente capaz de interagir com a sociedade e progredir em estudos posteriores.

3.2. Descrição da Turma

O trabalho foi aplicado numa turma do 2º ano do ensino médio do turno da noite, onde estão matriculados 46 alunos, mas comparecem apenas 40, dos quais 15 são do sexo masculino e 25 feminino. Os estudantes estão distribuídos nas seguintes faixas etárias e ocupações:

- Entre 16 e 19 anos, tem-se 18 alunos, onde 11 trabalham nas redondezas da escola: mercearias, creche, armazéns de construção, distribuidoras de bebidas, miudezas e comercio em geral, 1 treina futebol no clube do Santa Cruz, 2 apenas estudam e 4 fazem cursos profissionalizantes no SENAI, dos quais 2 ingressaram através de concursos, alunos oriundos de escola privada, e os outros 2 ingressaram no curso por um programa do governo estadual.
- Entre 20 e 25 anos, jovens que trabalham para sustento próprio ou arrimo de família;
- Entre 26 e 61 anos, tem-se 12 alunos, onde todos trabalham ou são donas de casa;

O perfil pedagógico dos participantes é de assistir as aulas, mas não tem o hábito de estudar em casa, argumentando a falta de tempo. Observa-se também uma autoestima baixa, pois a maioria acredita que não é capaz de aprender matemática, e com isso não procuram se dedicar ao estudo. Não tem grande expectativa com o futuro acadêmico.

Tem em média 10 alunos, cuja faixa etária varia de 16 a 19 anos, que se destacam nas resoluções dos problemas propostos, mas não procuram aprofundar o conhecimento, mesmo que seja dados fichas de exercícios extras ou empréstimo de livro, demonstram grande desinteresse, com atrasos e faltas. Como a grande maioria não acompanha o assunto, os exercícios são fáceis e só conseguem resolvê-los após a leitura das questões, pois não compreendem quando leem sozinhos. Na maior parte do tempo as soluções envolvem apenas os números inteiros, e mesmo assim os números negativos apresentam um grande problema, pois sempre questionam quanto fica mais com menos, onde a resposta dada é sempre um questionamento a respeito da operação realizada, se é uma adição e subtração ou uma multiplicação e divisão.

Os assuntos até então trabalhados foram assim organizados: no primeiro bimestre, matrizes e determinantes; no segundo bimestre, sistemas lineares, primeiramente envolvendo problemas apenas com duas incógnitas e resolvendo pelo método da adição e substituição, depois com três incógnitas por escalonamento, mas esse assunto não ficou claro para a grande maioria. No final dessa unidade foi iniciado o

assunto de análise combinatória: permutação simples e com repetição, para dinamizar as aulas, visto que os alunos já apresentavam fadiga. No terceiro bimestre, foi relembrada permutação e dada continuidade no assunto arranjos e combinações simples, sempre comparando as formas de agrupamentos. Finalizando com probabilidade, onde compreendem o assunto, mas não resolvem os exercícios sozinhos, sendo preciso que cada questão seja lida e explicado o que se deseja.

O turno da noite é composto por 5 aulas de 40 minutos cada, iniciando as 18h40, mas os alunos começam a entrar gradativamente em sala apenas às 19 horas, pois tem como cultura ao largarem do trabalho ir primeiro em casa tomar banho e depois ou jantam em casa ou na escola, comprometendo a primeira aula. As aulas de matemática dessa turma são nas segundas-feiras nos dois primeiros horários e nas quartas-feiras nos dois últimos horários.

3.3. Descrição da Aplicação da Sequência Didática

Durante o experimento, desenvolve-se uma sequência composta por 8 encontros, aplicados aos alunos, onde as atividades foram aplicadas na própria sala de aula, no período de 10 de setembro a 03 de outubro de 2012, totalizando 7 horas e 30 minutos. Os dias dos encontros; as atividades realizadas; a duração dos encontros por dia e o total de alunos participantes podem ser observados na tabela 3.

Tabela 3 - Tabela da descrição do dia, atividade, duração e número de alunos participantes.

Data	ATIVIDADE	DURAÇÃO	Total de alunos
10/09/2012	Atividade 1	40 minutos	30
12/09/2012	Atividade 2: Construção do triângulo equilátero e do quadrado	65 minutos	29
17/09/2012	Atividade 2: Construção do hexágono e do octógono	40 minutos	27
19/09/2012	Atividade 3	15 minutos	28
24/09/2012	Atividade 4	120 minutos	31
26/09/2012	Atividade 5 e 6: Exercícios de fixação	65 minutos	27
01/10/2012	Atividade 7: Exercícios de fixação	40 minutos	28
03/10/2012	Atividade 8	65 minutos	25

3.4. Instrumento de coleta de dados

Recolhidas para análise:

A atividade 2: Elaboração dos polígonos regulares, onde só entregou quem quis participar.

A atividade 4: Construção dos mosaicos, todos os trabalhos.

A atividade 8: Verificação de aprendizagem, todos os 25 testes.

Além dessas atividades foram aplicados exercícios de fixação em classe, exposta no quadro com a participação dos alunos, envolvendo o número de lados, a soma dos ângulos internos, o ângulo interno e o ângulo externo de um polígono regular, que não foram recolhidos. E a exposição teórica sobre o assunto onde os alunos anotaram no caderno em forma de apontamento.

3.5. Método da coleta de dados

Todas as atividades foram expostas oralmente, sem nenhum recurso audiovisual e as anotações pertinentes foram escritas manualmente no quadro branco e explicada pela professora.

Os modelos de alguns mosaicos foram visualizados através do livro **Vivendo a matemática: geometria dos mosaicos** [11], passado de aluno a aluno e de algumas cópias impressas feitas dos exemplos do módulo I **Desafio Geométrico, Matemática na Prática**. [8]

Capítulo 4: Análise de Resultados

Este capítulo é composto pela descrição sucinta de como os instrumentos e métodos de coleta de dados foram organizados e considerados para a análise dos resultados, assim como o detalhe de todo o processo das atividades recolhidas, destacando os principais pontos positivos e negativos, dificuldades enfrentadas pelos alunos e episódios relevantes ocorridos durante a aplicação.

4.1. Análise da Atividade 2: Elaboração de Polígono Regular

Quase todos os desenhos foram recolhidos, apenas alguns alunos não fizeram ou não quiseram entregar. Para consideração da análise serão apresentados os desenhos em que os alunos tiveram muitas dificuldades e os desenhos de maiores êxitos, pois os demais foram feitos com a ajuda dos alunos que desempenharam com facilidade as construções.

Nessa atividade já se esperavam muitas dificuldades na manipulação do transferidor e marcação dos centímetros propostos, pois a maioria dos alunos não está acostumada com desenhos geométricos. Outra dificuldade enfrentada pelos alunos era a de se ter duas marcações, uma para a medida do lado e outra para medida do ângulo, onde se observa principalmente no começo, que ao medir o ângulo referente a um ponto, eles já interligavam ao outro ponto sem medir o lado. Só depois de orientados é que corrigiam o erro, porém na medida em que a atividade foi evoluindo, os mesmos ficaram mais atentos.

Destaca-se como ponto positivo o companheirismo entre os alunos que melhor compreenderam as atividades propostas com os demais colegas deixando o ambiente da sala em harmonia. Outro aspecto importante foi que à medida que a atividade foi avançando as construções foram ficando melhores, ou seja, os erros foram diminuindo e os desenhos ficaram mais limpos, e alguns alunos cada vez mais estimulados a realizarem polígonos de mais lados, como o decágono e o dodecágono.

Como ponto negativo ressalta-se a impaciência de alguns alunos em aguardar a sua vez para os esclarecimentos individuais, e a recusa de alguns a participar. Destacando a falta de assiduidade da maioria, que sempre faltam ou chegam atrasados, principalmente nas primeiras aulas.

Segue alguns registros dessa etapa com a análise dos erros e acertos de alguns alunos. Essa escolha teve como propósito visualizar as incorreções mais comuns, onde o

professor pode interferir nas construções e orientar a turma à medida que observa os defeitos, para que todos tivessem a condição de corrigir os erros de construções dos polígonos regulares.

Observa-se na figura 17 que o aluno não marca o ângulo de 60° e não traça o lado do triângulo no vértice A.

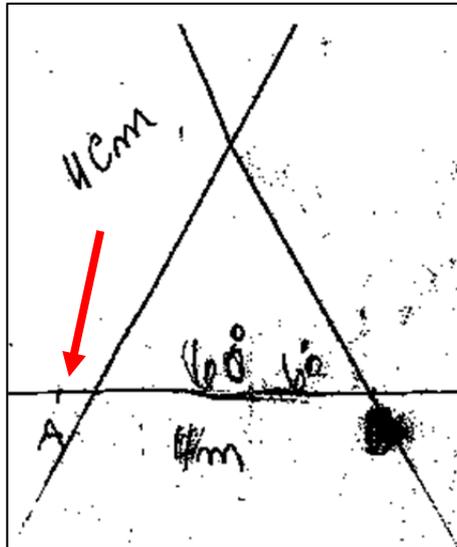


Figura 17 – Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

Na figura 18, observa-se que os lados AC e BC partindo de C, não passam nos pontos A e B correspondentes, e ao marcar o ângulo de 60° no ponto A, o aluno por força de hábito já traça o lado do triângulo, e só após a interferência do professor que o mesmo corrige a construção de acordo com as orientações.

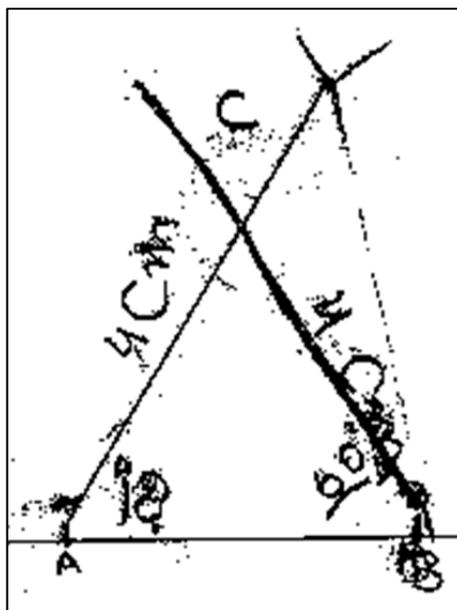


Figura 18 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

Na figura 19, observa que ao marcar o ângulo de 60° no ponto A, ver-se que o aluno já completa o triângulo sem realizar a medida de 60° partindo do vértice B.

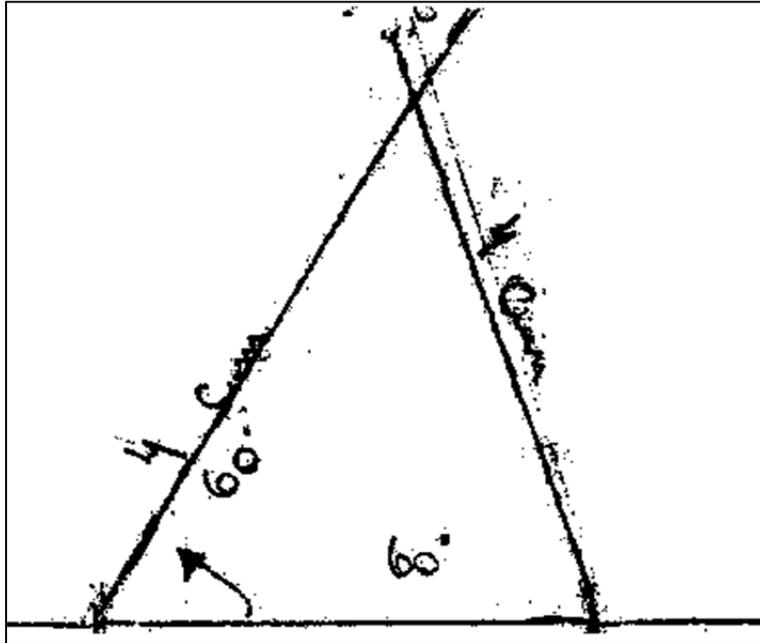


Figura 19 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

Na figura 20, mais uma observação análoga a anterior, nota-se uma tendência na observação do aluno quando constrói figuras geométricas.

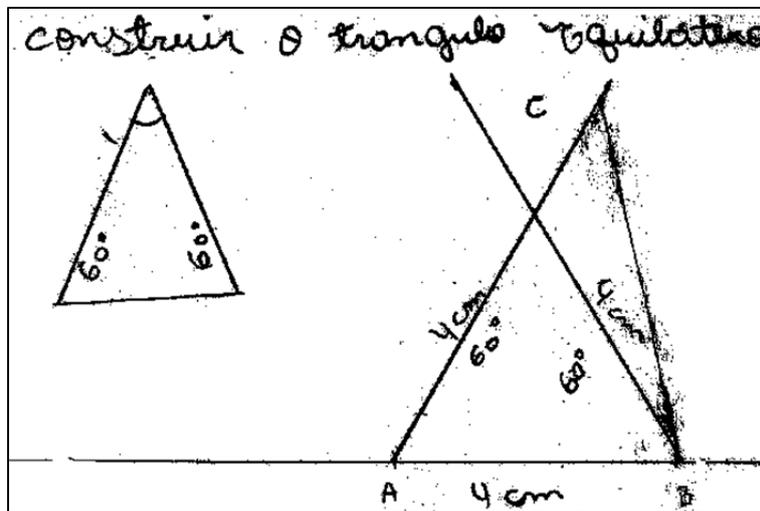


Figura 20 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

Na figura 21, tem-se um novo registro quanto à deficiência no manuseio com as ferramentas trabalhadas, o aluno invés de traçar a reta com 4 cm, traça com 3 cm, erro devido à medição do ponto de início da régua. É comum os alunos perguntarem se começa a medir na marcação 0(zero) ou na marca 1(um) da régua.

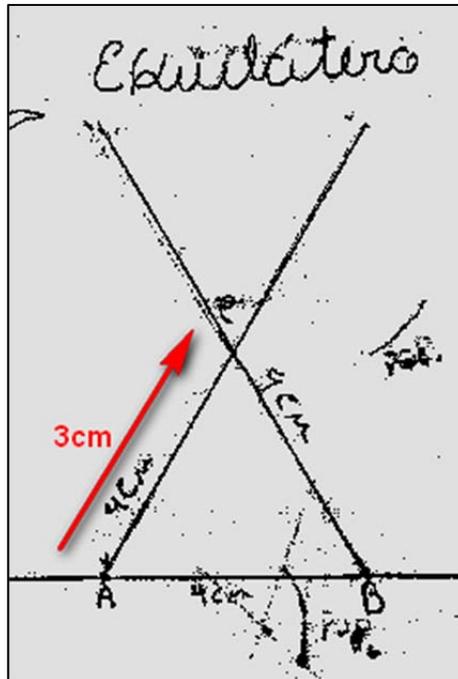


Figura 21 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

A figura 22 apresenta uma construção mais apresentável, com as medidas de ângulos e lados corretos, apenas um pequeno desvio no vértice B.

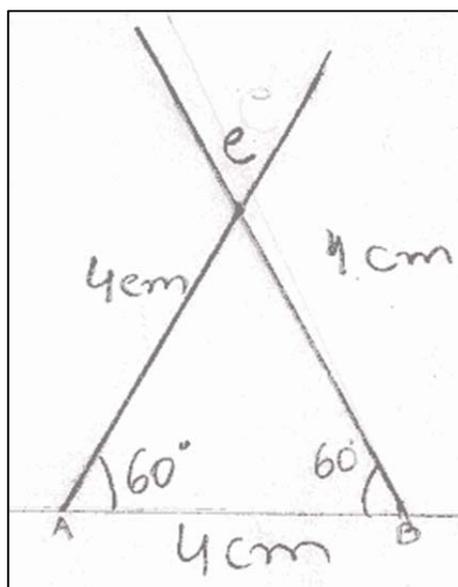


Figura 22 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

Na figura 23, o desenho ficou com todas as medidas corretas e bem apresentáveis.

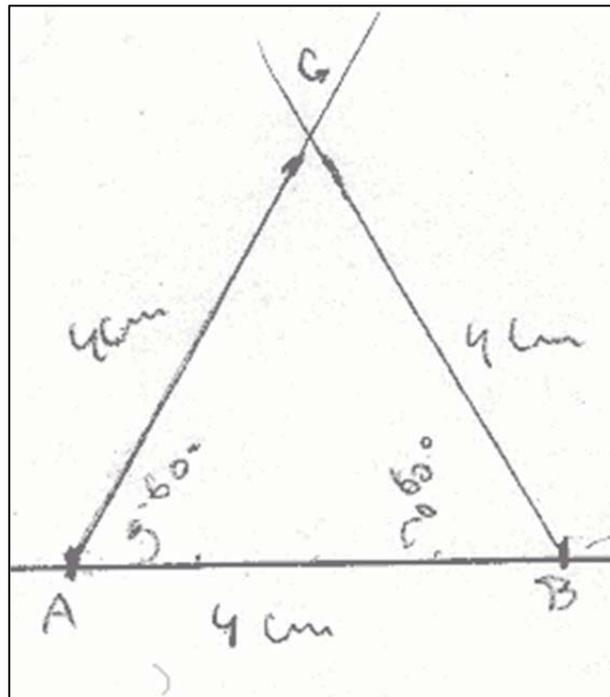


Figura 23 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

A figura 24 apresenta traços limpos e uma construção muito bem definida, onde as marcas dos pontos são imperceptíveis e não há necessidade de nomear os vértices.

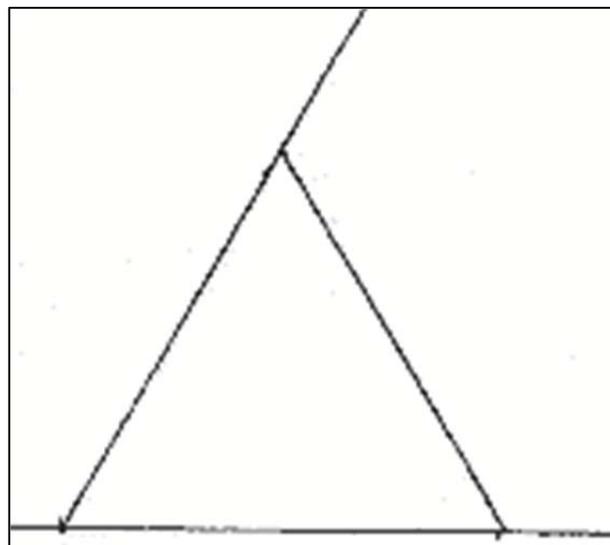


Figura 24 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero

Na figura 25 observa-se que ainda há dificuldades do aluno na construção de polígonos geométricos.

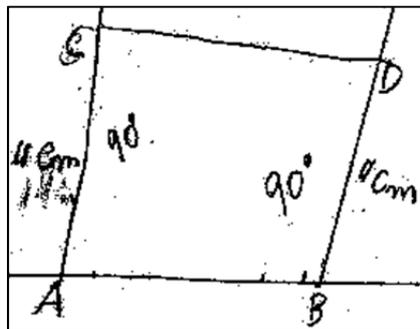


Figura 25 - Protocolo do aluno referente à construção do Quadrado

Na figura 26, a construção do quadrado está em acordo com as orientações.

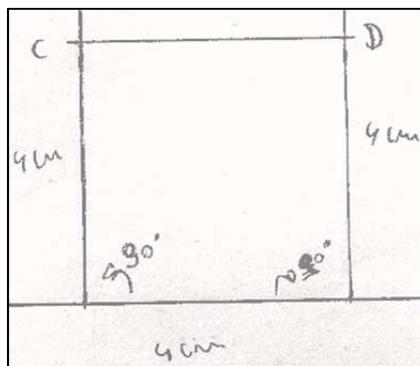


Figura 26 - Protocolo do aluno referente à construção do Quadrado

Na figura 27 ao invés de marcar 4 cm na reta r entre os vértices A e B, tem-se 3 cm, erro devido à medição do ponto de início da régua graduada.

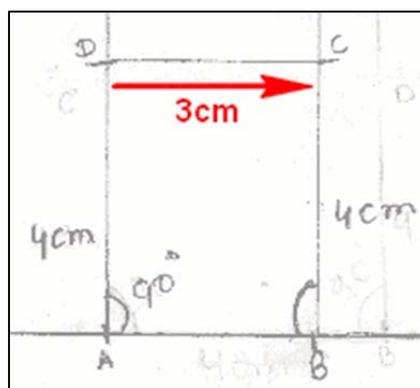


Figura 27 - Protocolo do aluno referente à construção do Quadrado

Na figura 28 o aluno apresentou dificuldade nas construções, uma vez que não mede os lados e nem os ângulos.

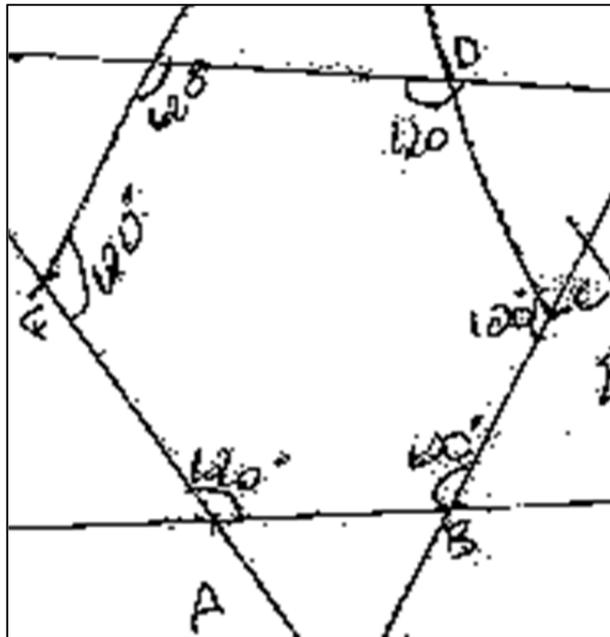


Figura 28 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular

Na figura 29, ao marcar o ângulo de 120° no ponto A e B, ver-se que o aluno já traça também os lados AF e BC, hábito esse já observado anteriormente.

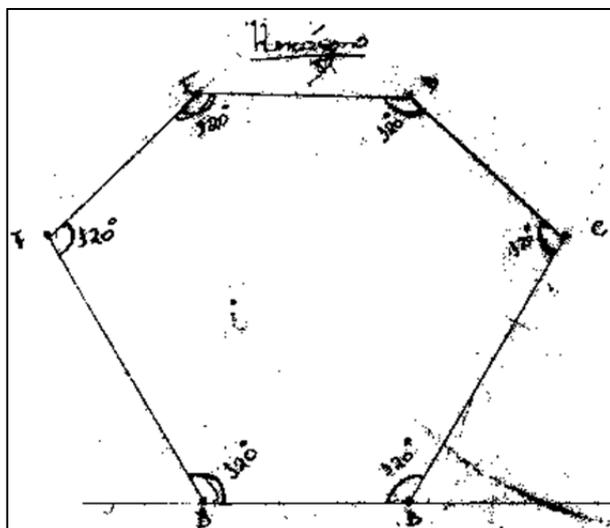


Figura 29 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular

Observa-se que nas figuras 30, 31 e 32 as construções começam a ficar mais claras e limpas, mesmo que ainda existam alguns ajustes a fazer.

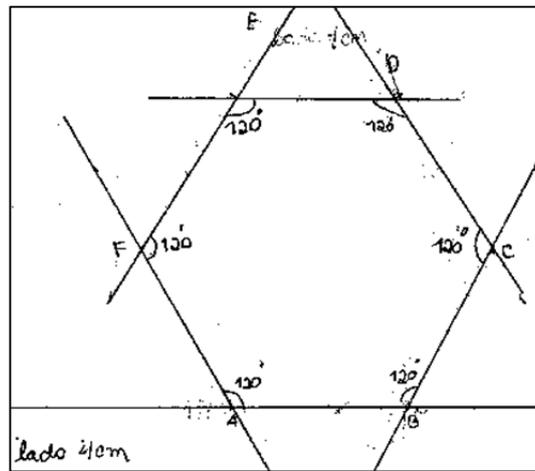


Figura 30 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular

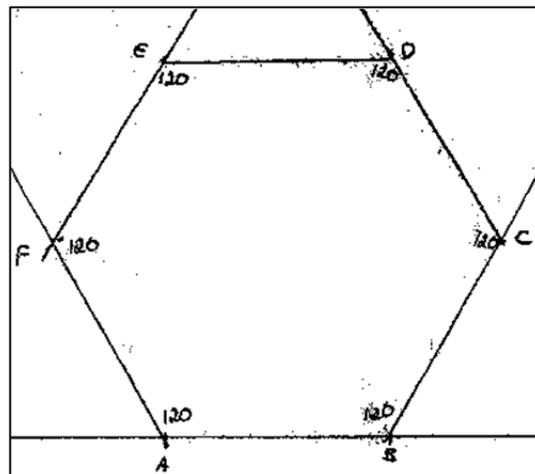


Figura 31 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular

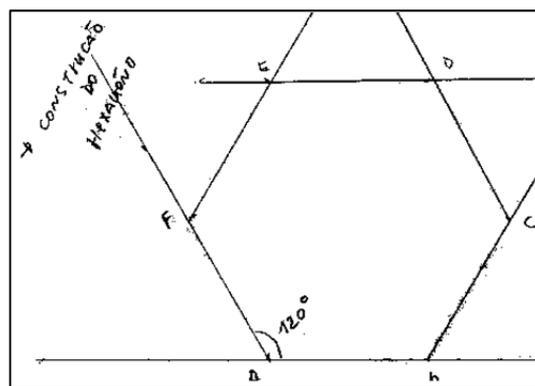


Figura 32 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular

Nessa etapa, a turma de forma geral já está mais confiante e compreende melhor as construções, o que se pode observar com as figuras 33, 34 e 35.

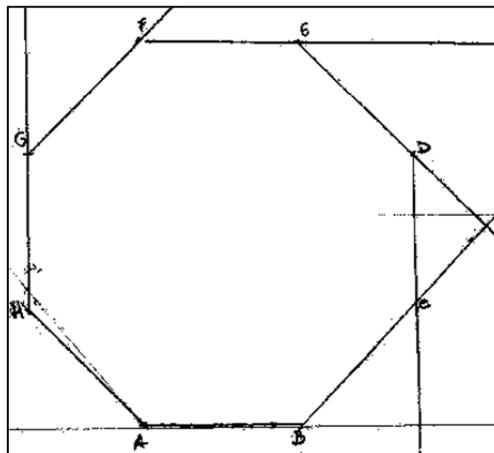


Figura 33 - Protocolo do aluno referente à construção do octógono regular

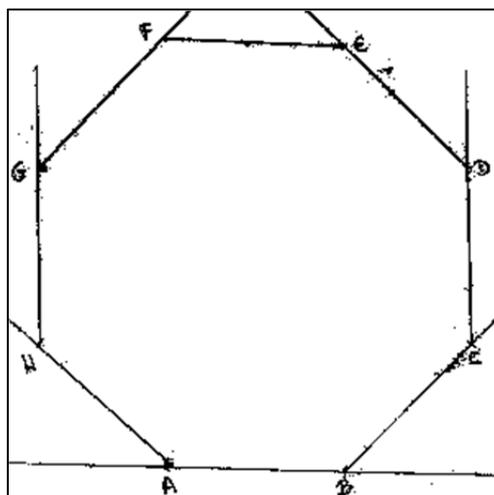


Figura 34 - Protocolo do aluno referente à construção do octógono regular

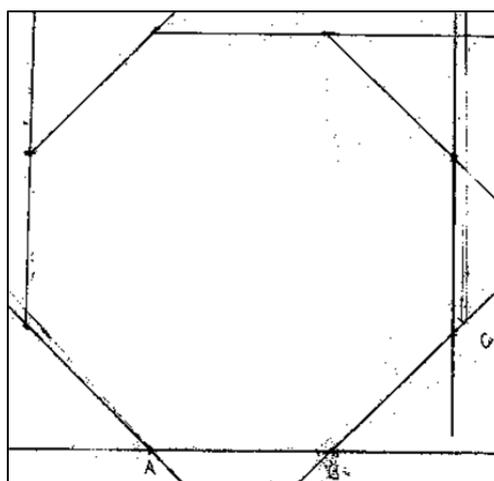


Figura 35 - Protocolo do aluno referente à construção do octógono regular

4.2. Análise da Atividade 4: Construção dos Mosaicos

Todos os mosaicos foram recolhidos e considerados para análise. Nessa etapa já era esperado muitas dificuldades no ato de corte e colagem dos polígonos, pois se trata de uma manipulação manual que requer habilidades motoras e alguns alunos não têm paciência e cuidados no manuseio de tesoura, na medida em que a atividade vai se prolongando. Alguns grupos se desentenderam, pois acusavam que a colagem não estava ficando boa porque outro componente do grupo estava cortando errado, gerando momentos de polêmicas que tinham que ser sempre apaziguados pela professora.

Destaca-se como ponto positivo as equipes que manteve sempre o convívio cordial, como consequência o trabalho ficou mais bem acabado. Outro ponto foi o questionamento que alguns alunos fizeram sobre o porquê o porcelanato pode ser disposto junto enquanto a cerâmica precisa de rejunto, essa resposta ficou a cargo de um dos alunos que faz o curso técnico de edificações e foi reafirmada por outro aluno que explicou que é pela mesma razão que na construção de calçadas feitas de cimento é necessário os riscos, devido que no calor esse material se dilata e que as ranhuras evita a quebra.

Ressalta-se também a satisfação e a elevação da autoestima dos alunos envolvidos com a exposição dos mosaicos no mural da escola por quatro semanas com o título de “A Geometria do Mosaico” da turma do 2º ano, onde por vários momentos foi possível observar os alunos mostrando a colegas o seu trabalho. E alunos de outra turma perguntando a professora quando essa atividade iria ser aplicada na sua turma, demonstrando assim o interesse em aprender a desenhar os polígonos regulares.

Como ponto negativo se destaca as equipes em desarmonia onde um culpava o outro pelos defeitos mais visíveis. Outro ponto negativo é que alguns alunos querem participar de todas as etapas enquanto outros ficam apenas de olhar, precisando sempre da interferência da professora.

A seguir, serão apresentados os mosaicos confeccionados pelos grupos, em formato de fotos tiradas pela professora.

Equipe A

Mosaico (64 cm x 32 cm): Quadrados de 8 cm



Figura 36 - Foto do mosaico construído com quadrados

Equipe B

Mosaico (66 cm x 50 cm): Triângulos Equiláteros de 8 cm

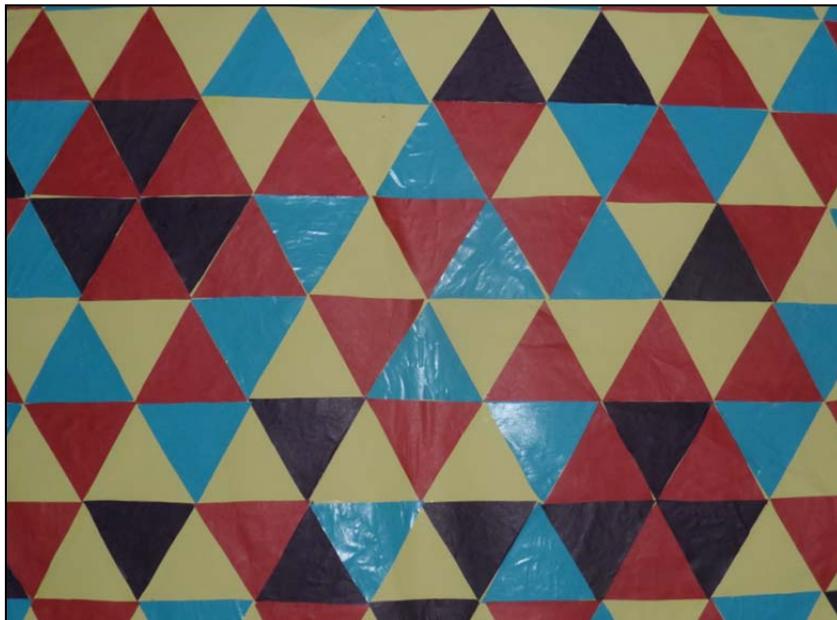


Figura 37 - Foto do mosaico construído com triângulos equiláteros

Equipe C

Mosaico (66 cm x 50 cm): Hexágonos Regulares de 8 cm



Figura 38 - Foto do mosaico construído com hexágonos regulares

Equipe D

Mosaico (58 cm x 37 cm): Octógonos Regulares e Quadrados de 6 cm

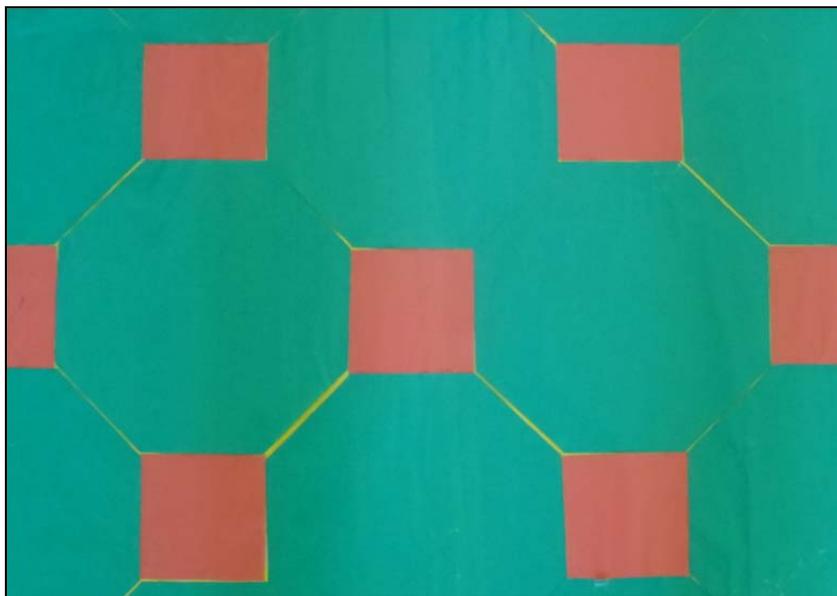


Figura 39 - Foto do mosaico construído com quadrados e octógonos regulares

Equipe E

Mosaico (66 cm x 50 cm): Hexágonos Regulares de 8 cm



Figura 40 - Foto do mosaico construído com hexágonos regulares

Equipe F

Mosaico (55 cm x 50 cm): Triângulos Equiláteros de 8 cm



Figura 41 - Foto do mosaico construído com triângulos equiláteros

Equipe G

Mosaico (66 cm x 50 cm): Hexágonos Regulares, Quadrados e Triângulos Equiláteros de 6 cm.



Figura 42 - Foto do mosaico construído com quadrados, triângulos equiláteros e hexágonos regulares

4.3. Análise da Atividade 8: Verificação de Aprendizagem

Na realização dessa atividade compareceram 25 alunos onde todos os testes foram realizados individualmente sem consulta e recolhidos pela professora. Apresentando essa análise primeiramente em forma de tabelas onde uma relaciona o número de alunos e o total de acertos e a outra indica o número de acertos de cada questão.

Tabela 4 - Número de acertos por alunos

Número de Alunos	A quantidade de questões certas
4	4
6	3
3	2
5	1
7	0

Tabela 5 - Número de acertos por questão

Questões	Total de Acertos
I	15
II	10
III	14
IV	6

Serão destacadas algumas resoluções com comentários ao longo desse capítulo, tecendo uma visão crítica sobre os erros e acertos, sem perder o nosso objetivo de verificar como o conteúdo foi compreendido e exposto nas resoluções das questões, onde o fundamental é observar não os acertos, mas como muitos assimilaram o assunto. Assim optou-se em deixar de fora da análise as soluções mais bem organizadas ou com uso de fórmulas e privilegiaram-se as que foram elaboradas através do raciocínio ou os possíveis desacertos.

Observa-se nas figuras 43, 44 e 45 que mesmo a resposta certa, o aluno coloca o número de lado como se fosse ângulo. Essa observação ocorre com muita frequência entre os alunos, mesmo em outras questões semelhantes que utilizem o símbolo de Grau.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$\begin{aligned}
 \text{Sai} &= (n-2) \cdot 180^\circ \\
 &= (18-2) \cdot 180^\circ \\
 &= 16 \cdot 180^\circ = \underline{2880}
 \end{aligned}$$

Figura 43 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

2º) Qual o polígono regular cujo o ângulo interno é 170°?

$$\begin{aligned}
 \text{ai} + \text{ae} &= 180^\circ - 170^\circ = \\
 n &= \frac{360}{10} = 36^\circ
 \end{aligned}$$

Figura 44 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão

3º) Qual o polígono regular cujo o ângulo externo é 36°?

$$\text{ae} = \frac{360}{36} = 10^\circ$$

Figura 45 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 3ª questão

Para surpresa muitos alunos preferiram não usar a fórmula da soma dos ângulos internos, e sim encontrar o ângulo externo, o que demonstra que compreenderam bem a questão dos ângulos internos e externos. Isso se verifica nas figuras 46, 47 e 48.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados? 2880°

$$a_i = \frac{360}{18} = 20^\circ \quad a_e = 160^\circ$$

$$- S_i = 160 \cdot 18 = \underline{2880^\circ}$$

Figura 46 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$\frac{360}{18}$$

$$\frac{20}{20}$$

$$160 \times 18 = 2880^\circ$$

Figura 47 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

2º) Qual o polígono regular cujo o ângulo interno é 170° ?

$$a_i = 170$$

$$a_e = a - 180$$

$$e = 180 - 170$$

$$e = 10$$

$$n = \frac{360}{10} = 36 \text{ lados}$$

Figura 48 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão

Memorizou como encontrar o ângulo externo, mas não compreendeu sua aplicação. Figura 49.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$\frac{360}{18} = 20$$

$$N = \frac{360}{18} \cdot 20$$

Figura 49 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

Outro erro comum foi a não compreensão da aplicação da fórmula. Observa-se dois erros, a substituição do número de lados e a troca da operação de multiplicação por subtração. Nas figuras 50 e 51.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$S = (n - 2) \cdot 180$$

$$= (18 - 18) \cdot 180$$

$$S = 162$$

Figura 50 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$n = 18$$

$$n = (n - 2) \cdot 180$$

$$(16 \cdot 180) = 162$$

Figura 51 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

Muitos alunos além de encontrar a soma dos ângulos internos, indicam também o valor do próprio ângulo. Esse fato deixa uma dúvida, pois se respondem a mais para dá uma complementação a questão ou se é pelo fato de não compreenderem o que se pede, vê figura 52. Essa incerteza fica mais acentuada na solução da figura 53.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$S = (n - 2) \cdot 180$$

$$A_i = \frac{2880}{18} = 160$$

$$A_i = (18 - 2) \cdot 180$$

$$A_i = 2880$$

$$A_i = 160$$

Figura 52 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$m = (n - 2) \cdot 180$$

$$= 16 \cdot 180 = 2880$$

$$= \frac{2880}{2} = 1440$$

Figura 53 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

Nas respostas das figuras 54, 55, 56 e 57 abaixo, observa-se que a escrita é de acordo com o raciocínio.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$(n-2) \times 180 = 16$$

$$ai = \frac{2880}{18} = 160$$

Figura 54 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

$$n-2 \times 180 \quad 18-2 = 16$$

$$\frac{2880}{180}$$

Figura 55 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

2º) Qual o polígono regular cujo o ângulo interno é 170°?

$$170 - 180 = \frac{10}{360} = 36 \text{ lados}$$

Figura 56 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão

3º) Qual o polígono regular cujo o ângulo externo é 36°?

10 lados
de 10 lados



$$ai + ae = 144 + 36 = 180$$

Figura 57 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 3ª questão

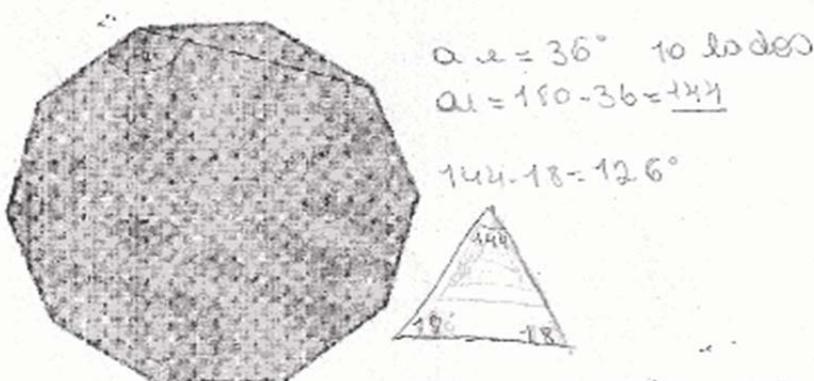
A última questão, apesar de ter sido trabalhada em sala de aula, apenas seis alunos conseguiram resolvê-la, dos quais quatro foram os que fizeram toda a prova. Portanto analisando apenas a resolução dos alunos que não acertaram todas as questões, figuras 58 e 59.

Observa-se que esse aluno utiliza a resposta da terceira questão na sua resolução.

3ª) Qual o polígono regular cujo o ângulo externo é 36° ?

$$\frac{360}{36} = 10 \text{ lados}$$

4ª) Qual o valor do ângulo indicado no polígono regular abaixo?

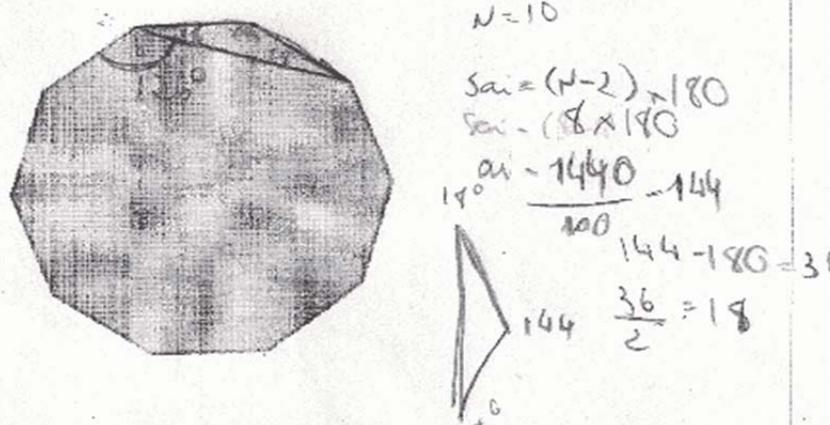


$a.e. = 36^\circ$ 10 lados
 $a_i = 180 - 36 = 144$
 $144 - 18 = 126^\circ$

Figura 58 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 4ª questão

O outro aluno resolve pela fórmula, mas o interessante é que tinha errado a primeira questão.

4ª) Qual o valor do ângulo indicado no polígono regular abaixo?



$N = 10$
 $Sai = (N - 2) \times 180$
 $Sai = (8 \times 180)$
 $a_i = \frac{1440}{10} = 144$
 $144 - 180 = 36$
 $\frac{36}{2} = 18$

Figura 59 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 4ª questão

Analisando separadamente os sete alunos que erraram todas as questões: três entregaram a prova em branco; um transcreveu os enunciados das questões figura 60; dois fizeram contas aleatoriamente, figuras 61; um colocou apenas as respostas sem justificativas, figura 62.

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?
É polígono que tem 20 lados e 38 centímetros

Figura 60 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

1º) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?
228
90 30
2 508

Figura 61 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão

2º) Qual o polígono regular cujo o ângulo interno é 170° ?
É polígono de 10 lados

Figura 62 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão

Capítulo 5: Análise Geral

Comparando os resultados com a avaliação prévia, percebe-se que no requisito do ambiente em sala os objetivos foram alcançados, pois as atividades manuais possibilitaram uma cooperação entre os alunos, principalmente na execução da atividade das construções geométricas, onde a harmonia e colaboração do alunado foram fundamentais para que todos os estudantes conseguissem desenhar utilizando o transferidor, material que muitos não conheciam ou não sabiam como utilizar.

A respeito da frequência e pontualidade, não foi de todo atingindo, em muitos momentos iniciavam-se as atividades e gradualmente os alunos chegavam à aula, mas como esse fato era previsto, as atividades foram organizadas para serem distribuídas ao longo das necessidades de suas aplicações.

Outro aspecto importante foi à ligação que os alunos fizeram ao comparar a disposição dos polígonos e as brechas entre eles com o assentamento de cerâmicas, gerando discussões sobre os tipos de materiais utilizados.

Mais da metade da turma não obteve um aprendizado esperado, mas esse fator também era previsto uma vez que na descrição da turma se percebe que se tratava de um público heterogêneo, onde muitos estão fora de faixa e, portanto para esses seriam necessários mais tempo no que diz respeito à formalização das respostas, pois não dominam as técnicas algébricas, conseguindo responder apenas quando explicado pelo professor.

A dinâmica da atividade e a exposição dos trabalhos no mural da escola foi o ponto de maior importância para a autoestima do alunado. O conhecimento atingido se comparado aos demais assuntos ministrados anteriormente nesse ano para essa turma também foi significativo, pois se percebe uma grande evolução nas resoluções das questões propostas. Mas, sabe-se que uma atividade de pesquisa não é um trabalho acabado e sim cheio de particularidades que serão apresentadas em seguida nas considerações finais.

Considerações Finais

Essa pesquisa teve como propósito a investigação da apropriação do conceito de ângulos internos e externos de um polígono regular aplicada a alunos do 2º ano do ensino médio do turno noturno, a partir de uma situação-problema, construção de polígonos regulares para confecção de mosaicos, que permitisse contextualizar o conteúdo sob o ponto de vista prático, como formar ladrilhos de um piso e assim motivar os alunos a participarem da aula.

Nesse sentido o papel do professor é dar uma “nova cara” aos conteúdos programáticos determinados pelos livros didáticos – instrumento de trabalho mais acessível ao professor – prevalecendo nesse trabalho à intenção de estimular o aluno à pesquisa, à investigação, ao gosto pela resolução de problemas, valorizando a criatividade e as respostas pessoais deste. E assim, capacitando-o a enfrentar melhor os desafios do mundo contemporâneo.

Como os níveis dos alunos do curso noturno, oriundos da educação de jovens e adultos, são abaixo da expectativa de um aluno do ensino médio regular, foram necessárias mudanças nas atividades propostas no livro Matemática na Prática, Módulo I Desafio Geométrico de Cláudio Carlos Dias e João Carlos Vieira Sampaio, sugerido pelo banco indutor do PROFMAT, mas preservando sua abordagem e o conteúdo explorado. Assim, as atividades propostas ficaram adequadas à turma envolvida e coligadas a realidade do cotidiano em que se insere a comunidade atendida.

Isso nos reporta à atividade de elaboração do planejamento de curso que deve priorizar (no educando) o desenvolvimento de habilidades e competências estreitamente ligadas às aplicações da Matemática permitindo a compreensão da Matemática em suas diversas concepções e possibilitar o aluno avançar no conhecimento dessa disciplina a partir do ponto em que ele se encontra. De acordo com as Orientações Curriculares Para O Ensino Médio de Matemática, que diz: “(...) *Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto à de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica*”. [4, p. 70]

Durante o processo de aplicação das atividades o ambiente harmonioso foi de fundamental importância visto que os alunos se ajudavam mutuamente nas construções

dos polígonos. Entretanto, destacou-se como elemento essencial a evolução dos alunos, principalmente os de fora da faixa regular, que no primeiro semestre não compreenderam os conteúdos propostos, alegando que a matéria de matemática era muito difícil e com a elaboração do mosaico conseguiram compreender melhor o assunto. Aproveitando a relação com o assentamento de cerâmica, atividade cotidiana dos alunos, iniciou-se o estudo de áreas e perímetros, que faz parte do currículo do 2º ano do ensino médio em geometria plana.

Dessa forma, a aplicação da sequência didática auxiliou a compreender o nível em que os alunos, do ensino básico no turno noturno, se encontram, bem como as dificuldades obtidas pelo professor em manter-se estimulado aos próprios estudos a fim de incentivar uma progressão acadêmica aos alunos.

Destacando a oportunidade, exalto o quanto esse mestrado, voltado ao professor de Matemática do ensino básico, foi de extrema importância para meu crescimento acadêmico. Onde o curso proporcionou a integração da matemática ministrada nas salas de aulas das escolas secundárias com a aplicada e estudada nas universidades, contribuindo para o embasamento teórico do professor, somando subsídio a sua prática pedagógica e melhorando substancialmente o desempenho profissional.

Referências Bibliográficas

1. BOYER, C. B. **Historia da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
2. EVES, H. **História da geometria**. São Paulo: Atual, 1992.
3. ALMEIDA, M. A. V. D.; BARBOSA, R. M. N. **Projetos interdisciplinares em ciências e matemática: fundamentos e vivências**. Recife: Bagaço, 2011.
4. BRASIL, M. D. E. **Brasil, Orientações curriculares para o ensino médio**. Brasília: Secretaria de Educação Básica. Volume 2, v. 2, 2006.
5. MUNIZ NETO, A. C. **Tópicos de Matemática Elementar/Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: SBM, v. 02, 2012.
6. PERNAMBUCO, S. D. E. **Base curricular comum para as redes públicas de ensino de Pernambuco: Matemática**. Recife: Sec. Educação PE, 2008.
7. BUARQUE, A. **Novo Dicionário Eletrônico Aurélio versão 5.0**. São Paulo: POSITIVO INFORMÁTICA LTDA, 2004.
8. DIAS, C. C.; SAMPAIO, J. C. V. **Desafio geométrico: módulo I**. Cuiabá, MT: Central, 2010.
9. ALVES, S. E. M. D. Mosaicos no plano. **Revista do professor de matemática**, São Paulo, n. 40, 2º quadrimestre de 1999.
10. BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: SBM, 2006.
11. IMENES, L. M. **Vivendo a matemática: geometria dos mosaicos**. São Paulo: Scipione, 1987.

Índice de Figuras

Figura 1 - Polígono convexo	3
Figura 2 - Polígono côncavo.....	3
Figura 3 - Triângulo equilátero	4
Figura 4 - Quadrado.....	4
Figura 5 - Pentágono.....	4
Figura 6 - Hexágono.....	4
Figura 7 - Heptágono	4
Figura 8 - Octógono	4
Figura 9 - Transferidor e Régua Graduada	6
Figura 10 - Mosaico / Fonte: [8, p. 11]	10
Figura 11- Mosaico / Fonte: [8]	10
Figura 12 - Os ângulos correspondentes α_1 e α_2 são congruentes	12
Figura 13 - Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo.....	12
Figura 14 - Exemplos de diagonais AC e BD	13
Figura 15 - Número de triângulos formados pelas diagonais	13
Figura 16 - Ângulo Interno e Externo	14
Figura 17 – Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	24
Figura 18 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	24
Figura 19 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	25
Figura 20 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	25
Figura 21 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	26
Figura 22 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	26
Figura 23 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	27
Figura 24 - Protocolo do aluno referente à construção do triângulo equilátero.....	27
Figura 25 - Protocolo do aluno referente à construção do Quadrado	28
Figura 26 - Protocolo do aluno referente à construção do Quadrado	28
Figura 27 - Protocolo do aluno referente à construção do Quadrado	28
Figura 28 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular	29
Figura 29 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular	29
Figura 30 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular	30
Figura 31 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular	30
Figura 32 - Protocolo do aluno referente à construção do hexágono regular	30
Figura 33 - Protocolo do aluno referente à construção do octógono regular.....	31
Figura 34 - Protocolo do aluno referente à construção do octógono regular.....	31
Figura 35 - Protocolo do aluno referente à construção do octógono regular.....	31
Figura 36 - Foto do mosaico construído com quadrados.....	33
Figura 37 - Foto do mosaico construído com triângulos equiláteros.....	33
Figura 38 - Foto do mosaico construído com hexágonos regulares	34
Figura 39 - Foto do mosaico construído com quadrados e octógonos regulares.....	34

Figura 40 - Foto do mosaico construído com hexágonos regulares	35
Figura 41 - Foto do mosaico construído com triângulos equiláteros.....	35
Figura 42 - Foto do mosaico construído com quadrados, triângulos equiláteros e hexágonos regulares.....	36
Figura 43 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	38
Figura 44 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão.....	38
Figura 45 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 3ª questão.....	38
Figura 46 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	39
Figura 47 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	39
Figura 48 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão.....	39
Figura 49 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	39
Figura 50 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	40
Figura 51 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	40
Figura 52 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	40
Figura 53 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	40
Figura 54 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	41
Figura 55 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	41
Figura 56 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão.....	41
Figura 57 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 3ª questão.....	41
Figura 58 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 4ª questão.....	42
Figura 59 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 4ª questão.....	42
Figura 60 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	43
Figura 61 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 1ª questão.....	43
Figura 62 - Protocolo de um aluno referente à resolução da 2ª questão.....	43

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Soma dos ângulos internos de um polígono.	13
Tabela 2 - Soma dos ângulos internos, valor do ângulo interno e o valor do ângulo externo de um polígono regular.....	14
Tabela 3 - Tabela da descrição do dia, atividade, duração e número de alunos participantes.....	21
Tabela 4 - Número de acertos por alunos	37
Tabela 5 - Número de acertos por questão.....	37

Anexo – Verificação de Aprendizagem

ESCOLA ELEANOR ROOSEVELT

Professora: Tatiana M^a Domingues de Oliveira

Disciplina: Matemática

Série: 2º ano do ensino médio

Turno: noite

Verificação de Aprendizagem

1) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono regular de 18 lados?

2) Qual o polígono regular cujo ângulo interno é 170° ?

3) Qual o polígono regular cujo ângulo externo é 36° ?

4) Qual o valor do ângulo indicado no polígono regular abaixo?

